

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 23

Zeeman-Effekt

Praktikanten: Maximilian Kurjahn
Lukas Hupe

E-Mail: m.kurjahn@stud.uni-goettingen.de
lukas.hupe@stud.uni-goettingen.de

Betreuer:

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
2. Auswertung	3
2.1. Quantenzahlen	3
2.2. Bestimmung des Bohrschen Magnetons	4
2.3. Proportionalitätskonstanten am anomalen Zeeman-Effekt	6
2.4. Polarisation	8
3. Diskussion	9
3.1. Güte des Ergebnisses	9
3.2. Quellen systematischer Fehler	9
3.3. Methodik des Versuches	10
A. Literatur	11

1. Einleitung

Im Jahre 1896 wurde der Zeeman-Effekt erstmals von PIETER ZEEMAN nachgewiesen [1, S.127]. Dabei beobachtete er eine Aufspaltung der Natrium-D-Linien in einem äußeren Magnetfeld. Der Zeeman-Effekt findet heute eine breite Anwendung in der Laborspektroskopie bei Elektronen- und Kernspinresonanz sowie in der Astronomie beim Nachweis starker Magnetfelder in Sonnenflecken.

Man unterscheidet zwischen dem normalen (ohne Gesamtspin) und dem anomalen (mit Gesamtspin) Zeeman-Effekt. In diesem Versuch wird der normale Effekt anhand der roten und der anomale anhand der grünen Cadmium-Linie untersucht.

2. Auswertung

2.1. Quantenzahlen

Aus den angegebenen Zuständen des Cd-Atoms bei den beobachteten Übergängen werden die Quantenzahlen ausgelesen. Dabei ist die Notation

$$n^{(2S+1)}L_J$$

mit Hauptquantenzahl n , Spinquantenzahl S , Drehimpulsquantenzahl L (als S, P, D, ... gekennzeichnet) und Gesamtdrehimpulsquantenzahl J zu verstehen. Die so berechneten Quantenzahlen sind in Tabelle 2.1 aufgelistet. Weiterhin werden die Landé-Faktoren g_J nach

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (2.1)$$

berechnet und sind ebenfalls in Tabelle 2.1 zu finden.

Für die Energie gilt

$$E_{\text{pot}} = g_j \mu_B m_j \cdot |\vec{B}|. \quad (2.2)$$

Daraus ergibt sich dann eine Energiedifferenz für den ersten Übergang (rot)

$$\Delta E_{\text{rot}} = \mu_B |\vec{B}| \cdot (g_2 m_2 - g_1 m_1) = \mu_B |\vec{B}| \cdot \Delta m_j = \pm \mu_B |\vec{B}|, \quad (2.3)$$

da die Landé-Faktoren für beide Übergänge $g_j = 1$ sind. $\Delta m_j = 0$ ist ebenfalls möglich und entspricht einer Energiedifferenz von $\Delta E_{\text{rot}} = 0$. Für den zweiten Übergang (grün) gibt es sechs Möglichkeiten. Diese berechnen sich analog mit Werten für g_j aus Tabelle 2.1 mit Gleichung (2.2) (vgl. Abbildung 2.1)

$$\Delta E_{\text{grün}}^1 = \pm 0.25 \mu_B |\vec{B}| \quad \Delta E_{\text{grün}}^2 = \pm 1.25 \mu_B |\vec{B}| \quad \Delta E_{\text{grün}}^3 = \pm 1.75 \mu_B |\vec{B}|. \quad (2.4)$$

Übergänge/Zustände	n	L	S	J	g_J	
$\lambda = 643.85 \text{ nm}$ (rot)	3^1D_2	3	2	0	2	1
	2^1P_1	2	1	0	1	1
$\lambda = 508.58 \text{ nm}$ (grün)	2^3S_1	2	0	1	1	2
	2^3P_2	2	1	1	2	1.5

Tabelle 2.1: Quantenzahlen der Zustände für die beiden beobachteten Übergänge und Landé-Faktoren (2.1). Die Dipol-Auswahlregeln wurden beachtet. Beim roten Übergang ist $\Delta J = -1 = \Delta L$ und beim grünen Übergang $\Delta J = +1 = \Delta L$. Ebenfalls ist bei dem roten Übergang erkennbar, dass kein Gesamtspin vorliegt, also $S = 0$ und damit der normale Zeeman-Effekt untersucht wurde.

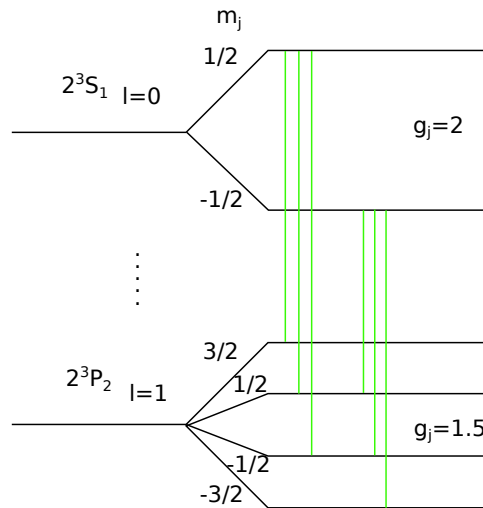


Abbildung 2.1: Niveaufspaltung beim anomalen Zeeman-Effekt (grüne Linien) für Cadmium mit optischen Übergängen in grün eingetragen [2]

2.2. Bestimmung des Bohrschen Magnetons

Hier wurden mit der Interferenzformel für das Fabry-Pérot-Interferometer die Differenz der inversen Wellenlängen Δ^1/λ bestimmt.

$$\Delta \frac{1}{\lambda} \approx \frac{1}{2nl} \left(\frac{r_{2,1}^2}{r_{2,1}^2 - r_{1,1}^2} - \frac{r_{2,2}^2}{r_{2,2}^2 - r_{1,2}^2} \right) \quad (2.5)$$

Dabei bezeichnet $r_{i,j}$ die j -te Zeeman-Komponente der i -ten Ordnung, n ist der Brechungsindex und l die Dicke des Interferometers.

Da jeweils nur zwei Ordnungen vermessen wurden, die bei normalen Zeeman-Effekt je 3 Komponenten haben, haben wir so pro Spulenstromstärke I zwei Werte von Δ^1/λ . Unter Ausnutzung der bekannten Symmetrie des normalen Zeeman-Effektes können diese

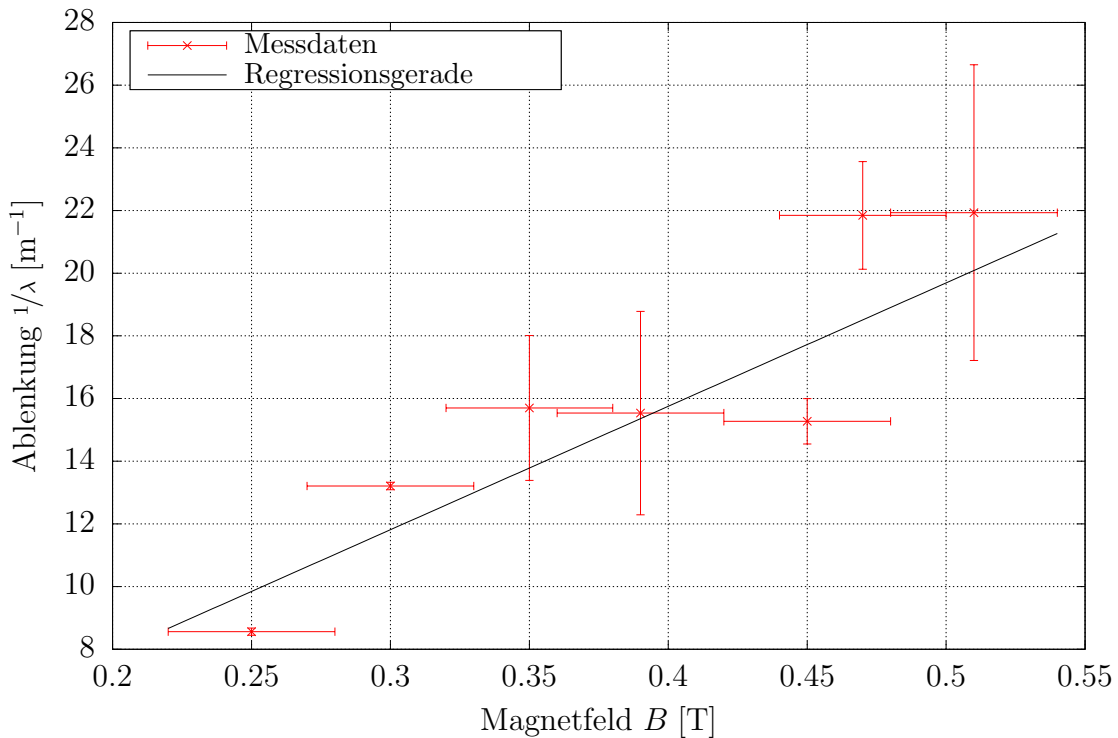


Abbildung 2.2: Aus dem normalen Zeeman-Effekt bestimmte $1/\lambda$ aufgetragen in rot über dem Magnetfeld B .

durch Mittelwertbildung zu einem Datenpunkt $\overline{\Delta^{1/\lambda}}$ zusammengefasst werden, wobei sich der Fehler des Datenpunktes über die Standardabweichung zu

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (\mu - \bar{\mu})^2}$$

Da der Zahlenwert von $|\vec{B}|$ aus der am Versuchsort bereitgelegten Grafik abgelesen werden musste, wurde der halbe Skalenteil der abzulesenden Achse als Fehler σ_B aufgerundet auf eine signifikante Stelle gewählt. Hier sind dies $\sigma_B = 0.03$ T. Die Datenpunkte sind in Abbildung 2.2 eingezeichnet. Aus (2.3) erhält man mit $c = \lambda \cdot f$

$$\Delta^{1/\lambda} = \frac{1}{hc} \mu_B |\vec{B}|$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu_B = hc \frac{\Delta^{1/\lambda}}{|\vec{B}|}}$$

Das Verhältnis zwischen $\Delta^{1/\lambda}$ und $|\vec{B}|$ wurde durch lineare Regression mit `gnuplot` zu

$$\frac{\Delta^{1/\lambda}}{|\vec{B}|} = (39 \pm 3) \text{ T}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

bestimmt; daraus folgt also für das Bohrsche Magneton μ_B ein Wert von

$$\mu_B = (7.8 \pm 0.6) \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$$

Die Fehlerfortpflanzung ist hier trivial, es handelt sich nur um eine Skalierung mit fehlerfreien Werten, also ist

$$\sigma_{\mu_B} = h c \sigma_s$$

wobei σ_s die aus der linearen Regression erhaltene Unsicherheit von $\frac{\Delta^{1/\lambda}}{|\vec{B}|}$ ist.

2.3. Proportionalitätskonstanten am anomalen Zeeman-Effekt

Hier wurde für μ_B der Literaturwert von $e\hbar/2m_e \approx 9.2740 \times 10^{-24}$ [3, S.3] verwendet und als fehlerfrei angenommen.

Betrachtet wurden die Energiedifferenzen der inneren und mittleren in den Bildern eingezeichneten Ringe zum äußeren Ring einer Ordnung, da diese ungefähr in der Mitte der Ordnung liegt und daher ein angemessener Referenzpunkt ist. Dementsprechend haben die Daten für die lineare Regression keine Gewichtungen.

Aus der Geradensteigung $\frac{\Delta^{1/\lambda}}{|\vec{B}|}$ wird durch Umstellen der Gleichungen 2.4 der Proportionalitätsfaktor α bestimmt.

$$\alpha = \frac{h c \Delta^{1/\lambda}}{\mu_B |\vec{B}|}$$

Die Fehlerfortpflanzung erfolgt analog zu oben mit

$$\sigma_\alpha = \frac{h c}{\mu_B} \sigma_s$$

So erhält man durch lineare Regression über den Messwerten (siehe Abbildung 2.3) für die inneren Ringe

$$\alpha = 2.46 \pm 0.18$$

und für die mittleren Ringe

$$\alpha = 1.22 \pm 0.14$$

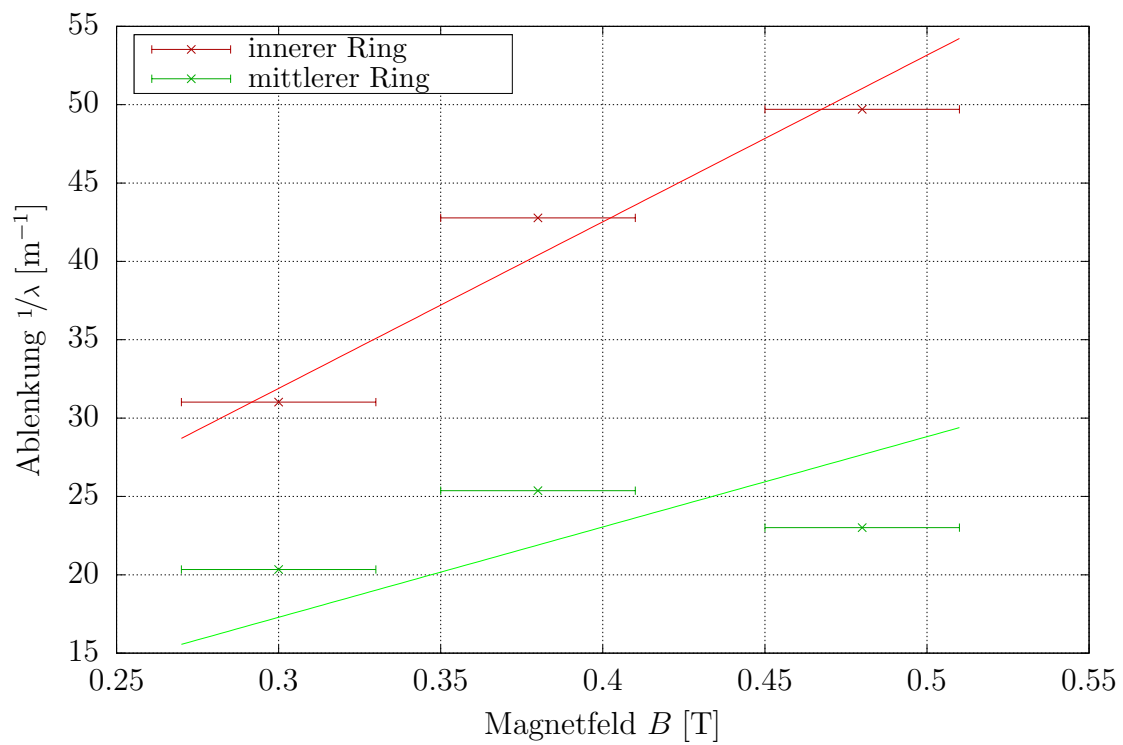
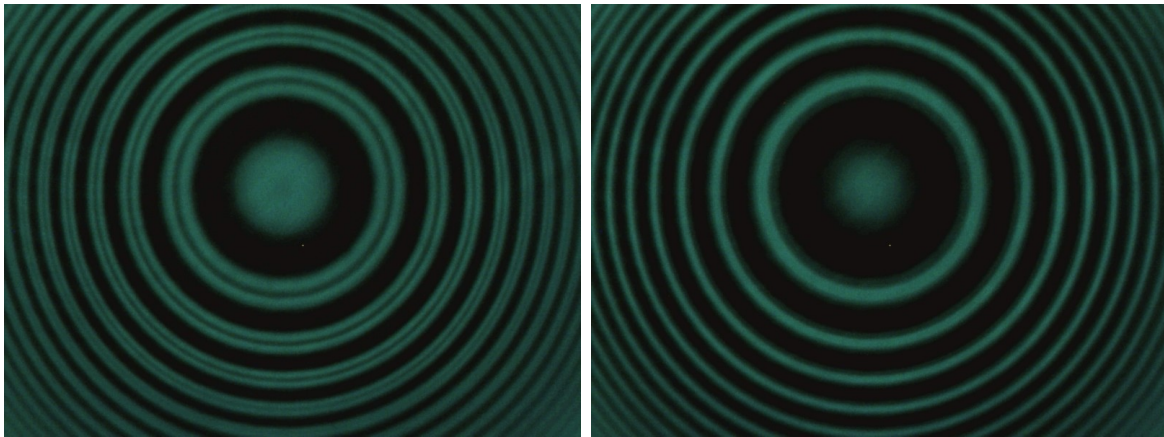


Abbildung 2.3: Auswertung des anomalen Zeeman-Effekts. Aufgetragen sind die Energiedifferenzen zwischen der Mitte einer Ordnung und dem innersten (rot) bzw. dem mittleren (grün) gemessenen Ring mit Regressionsgeraden.

2.4. Polarisation

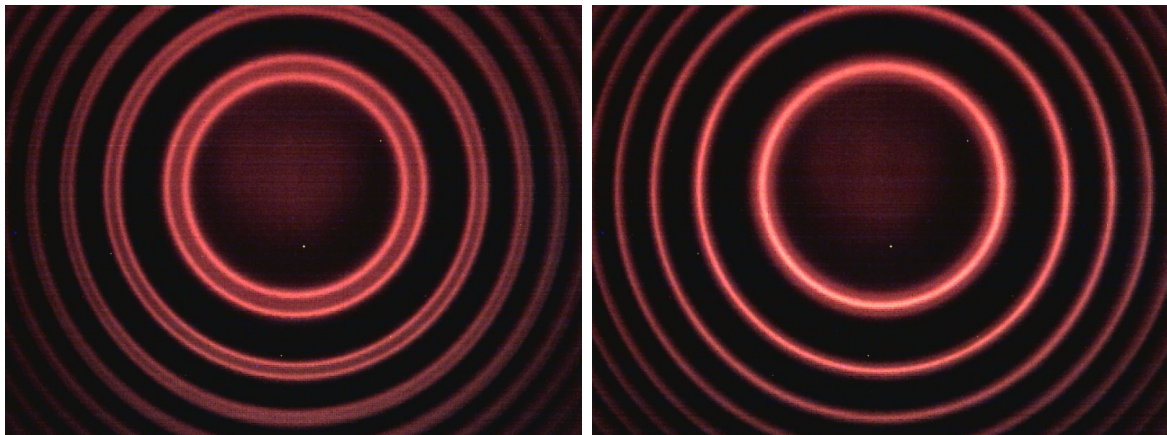
In den Abbildungen 2.4 und 2.5 sind die Aufnahmen mit den Polarisationsfiltern aufgeführt. Zusätzlich ist ein aufgenommenes Video, welches das Verstellen der Polarisationsstellungen bei longitudinaler Beobachtung mit Polarisationspräparat zeigt, unter <http://www.phi-s.de/polarisator.ogv> zu finden. Dieses steht zwar in keinem Zusammenhang zu den Abbildungen, zeigt aber, dass hier die σ -Linien zirkular polarisiert sind und keine π -Linien beobachtet werden.



(a) Polarisation von 0°

(b) Polarisation von 90°

Abbildung 2.4: Aufnahmen der unterschiedlichen Polarisationsstellungen des Filters für die grüne Cadmiumlinie bei einem Spulenstrom $I = 5$ A. Bei Abbildung (a) erkennt man eine Aufspaltung in zwei (theoretisch eigentlich vier) Linien, die den Werten $\Delta m_j = \pm 1$ zugeordnet werden können. Diese sind vertikal polarisiert und werden als π -Linien bezeichnet. Bei Abbildung (b) erkennt man keine Aufspaltung (theoretisch in zwei Linien), die Linie verschiebt sich also nicht und kann dem Wert $\Delta m_j = 0$ zugeordnet werden. Diese ist horizontal polarisiert und wird als σ -Linie bezeichnet.



(a) Polarisation von 0°

(b) Polarisation von 90°

Abbildung 2.5: Aufnahmen der unterschiedlichen Polarisationsstellungen des Filters für die rot Cadmiumlinie bei einem Spulenstrom $I = 5 \text{ A}$. Bei Abbildung (a) erkennt man eine Aufspaltung in genau zwei Linien, die den Werten $\Delta m_j = \pm 1$ zugeordnet werden können. Diese sind vertikal polarisiert und werden als π -Linien bezeichnet. Bei Abbildung (b) erkennt man keine Aufspaltung, die Linie verschiebt sich also nicht und kann dem Wert $\Delta m_j = 0$ zugeordnet werden. Diese ist horizontal polarisiert und wird als σ -Linie bezeichnet.

3. Diskussion

3.1. Güte des Ergebnisses

Mit $\mu_B = 9.274\,009\,49(57) \times 10^{-24}$ [3, S.3] liegt der Literaturwert des Bohrschen Magneton deutlich oberhalb des ermittelten Wertes, allerdings in der 3σ -Umgebung.

Die ermittelten Proportionalitätskonstanten α hingegen scheinen allgemein zu groß zu sein: Zwar liegt für die mittleren Ringe noch einer der drei theoretisch bestimmten Werte (siehe (2.4)) in der 1σ -Umgebung, für die inneren Ringe liegt der nächste Theoriewert erst in 5σ .

Höchstwahrscheinlich sind die Ergebnisse dieser Messung also stark beeinträchtigt durch systematische Fehler (z.B. Probleme mit dem Identifizieren der einzelnen Linien, siehe unten).

3.2. Quellen systematischer Fehler

Probleme des Versuchsaufbaus Zur quantitativen Untersuchung des Zeeman-Effekts ist der verwendete Versuchsaufbau nur bedingt geeignet.

Es war uns unmöglich, bei der Beobachtung des anomalen Effektes die Zeeman-Komponenten zu unterscheiden. Zwar war eine feinere Linienstruktur durchaus zu erkennen, die einzelnen Linien aber waren nicht trennbar. Die Messung für $I = 8 \text{ A}$ musste so teilweise verworfen werden, weil eine Linie nicht erkennbar war.

Dies liegt vermutlich an einer falschen Einstellung der Abbildungsoptik des Aufbaus. Jedoch war es uns nicht möglich, diese zu korrigieren.

Erschwerend kam hinzu, dass einige Elemente des Aufbaus zu niedrig oder zu hoch befestigt waren und so außerhalb der optischen Achse lagen. Insbesondere das Fabry-Pérot-Interferometer ist jedoch sehr empfindlich und muss genau zentriert und ausgeleuchtet sein. Deshalb ist das von der Kamera aufgenommene Bild (besonders beim anomalen Zeeman-Effekt) zu großen Teilen schwarz.

Auch die verwendete Software (**Motic Images Plus**) zeichnete sich hauptsächlich durch Bedienungsunfreundlichkeit aus. Ebenfalls neigte sie zum Absturz bei der Verwendung des Textwerkzeuges (Abbildung 3.1), was unter anderem dazu führte, dass die Aufnahme des normalen Zeeman-Effekts bei $I \approx 6 \text{ A}$ nicht den genauen Zahlenwert der Stromstärke zum Zeitpunkt der Messung beinhaltet. Dies ist jedoch aus unten erklärten Gründen nicht bedeutend für die Messergebnisse.

Fehler bei der Messwertaufnahme Ein weiterer nicht zu vernachlässigender Einfluss auf die Messergebnisse kann durch einen methodischen Fehler bei der Aufnahme der Messwerte entstanden sein.

Da die einzelnen Linien sehr schlecht zu differenzieren waren, hatten wir uns entschieden, die innere Kante der Ringe zu vermessen. Dabei berücksichtigten wir nicht, dass zur Bestimmung der Wellenlänge das Quadrat des Radius betrachtet wird - die Verschiebung verschwindet also in der Differenz der $1/\lambda$ nicht.

Ebenso wurde bei der Untersuchung des anomalen Zeeman-Effekts nicht genau die Mitte der jeweiligen Ordnungen als Referenzpunkt vermessen; auch ist die Auswahl der gemessenen Linien inkonsistent.

3.3. Methodik des Versuches

Das Fabry-Pérot-Interferometer wurde verwendet, um eine komplizierte Umrechnung der Ergebnisse zu vermeiden.

Während die meisten hinreichend genau arbeitenden Spektrometer eine Ablenkung proportional zur Wellenlänge haben, ist die Ablenkung im Fabry-Pérot-Interferometer proportional zu $1/\lambda$. Dies macht Rechnungen mit Photonenenergien deutlich leichter, da $E \propto 1/\lambda$.

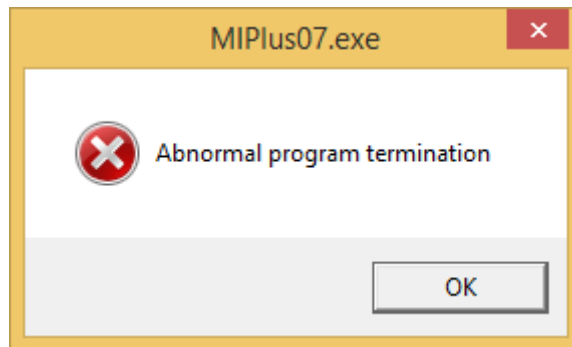


Abbildung 3.1: Normale Betriebsweise der verwendeten Software [Bildschirmfoto vom Praktikunsrechner]

A. Literatur

- [1] Pieter Zeeman, *Ueber einen Einfluss der Magnetisirung auf die Natur des von einer Substanz emittirten Lichtes*, <http://bit.ly/2tQVR1i>, Verhandlungen der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin, 1882
- [2] Lennart Jahn, *Anomaler Zeeman-Effekt in Cadmium*, Göttingen, 2017
- [3] Mohr, P. J., Newell, D. B., & Taylor, B. N. (04.08.2015), *CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014*, Zenodo, <http://doi.org/10.5281/zenodo.22826>

