

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 12

Ultraschallwellen

Praktikanten: Maximilian Kurjahn
Lukas Hupe

E-Mail: ..@stud.uni-goettingen.de
..@stud.uni-goettingen.de

Betreuer: Max Mustermann

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
2. Theorie	3
2.1. Longitudinalwelle	3
2.2. Transversalwelle	4
2.3. Brechung von Wellen	4
2.4. Maximale und minimale Amplitude	4
3. Durchführung	5
4. Auswertung	6
4.1. Berechnung der Eingangsspannung	6
4.2. Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten	6
i. aus Totalreflexion	6
ii. aus Signalamplituden	8
4.3. Berechnung der Schallgeschwindigkeiten	8
5. Diskussion	9
5.1. Güte der Ergebnisse	9
5.2. Mögliche Fehlerquellen	9
Literatur	10

1. Einleitung

Früher haben die Leute im Wilden Westen ihr Ohr an die Eisenbahnschiene gehalten, da sie so das Kommen eines Zuges eher gehört haben. Der Schall breitet sich also in Eisen schneller aus als in Luft. Doch gilt dies auch für andere Festkörper?

Schall ist eine Welle, die sich in longitudinaler und transversaler Form ausbreiten kann und entsprechend andere Ausbreitungsgeschwindigkeiten hat.

In diesem Versuch wird durch verschiedene Einfallswinkel der Schallwelle und dem Verhältnis zur Amplitude der Transmission die Geschwindigkeit für longitudinale und transversale Wellen in Aluminium und Polyacryl bestimmt.

2. Theorie

2.1. Longitudinalwelle

Wenn eine Schallwelle senkrecht auf eine Oberfläche eines Festkörpers trifft, bildet sich eine longitudinale Welle über die elastische Spannung σ aus, für die der Zusammenhang

$$\sigma = \varepsilon E \quad (2.1)$$

nach [1, S.140] mit der relativen Dehnung $\varepsilon := \frac{\partial \xi}{\partial x}$, der Auslenkung ξ und dem Elastizitätsmodul E gilt. Mit der Beziehung $\sigma = \frac{F}{A}$ lässt sich daraus eine Kraftänderung

$$dF = \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \cdot A = \frac{\partial \sigma}{\partial x} dV = E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dV$$

aufstellen, wobei A die Fläche und dV ein Volumenelement bezeichnet. Außerdem gilt für die Kraft F der bekannte Zusammenhang $F = m \ddot{\xi}$ und somit

$$dF = \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} dV$$

mit der Dichte ρ der Flüssigkeit. Durch Gleichsetzen ergibt sich daraus die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

Die longitudinale Ausbreitungsgeschwindigkeit lässt sich dann direkt zu

$$v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

ablesen. Hierbei müsste jedoch genau genommen [1, S.140] auch eine Querkontraktion berücksichtigt werden, die mittels der Poissonzahl μ zu folgender Ausbreitungsgeschwindigkeit führt

$$v_L = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}}. \quad (2.3)$$

2.2. Transversalwelle

Wenn eine Schallwelle jedoch unter einem Winkel $\alpha \neq 0^\circ$ nach Abbildung 3.1 auf einen Festkörper trifft, bilden sich auch transversale Wellen im Festkörper aus. Die Herleitung zur Wellengleichung ist analog, jedoch wird das Elastizitätsmodul E durch das Torsionsmodul G ersetzt. Die transversale Ausbreitungsgeschwindigkeit ergibt sich somit zu

$$v_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.4)$$

2.3. Brechung von Wellen

Nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz [1, S.502] gilt für den Einfallswinkel α und Durchgangswinkel β die Beziehung

$$\frac{v_{L,T}}{v_F} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

Hierbei ist v_F die Schallgeschwindigkeit der den Festkörper umgebenden Flüssigkeit.

2.4. Maximale und minimale Amplitude

Transmission einer Transversalwelle ist bei einem Winkel von $\beta = 45^\circ$ am größten. Damit gibt es einen Winkel α_{\max} , bei der die Amplitude maximal wird. Dieser ergibt sich demnach zu

$$\sin(\alpha_{\max}) = \frac{v_F}{v_{L,T}} \sin(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{v_F}{v_{L,T}}. \quad (2.5)$$

Sowohl Longitudinalwellen als auch Transversalwellen verschwinden bei einer Transmissionsmessung bei einer Totalreflexion. Diese ist bei der Annahme $v_{L,T} > v_F$ bei einem Durchgangswinkel $\beta = 90^\circ$ der Fall. Somit lässt sich der zugehörige Einfallswinkel bei Verschwinden der Amplitude zu

$$\sin(\alpha_{\text{tot}}) = \frac{v_F}{v_{L,T}} \sin(90^\circ) = \frac{v_F}{v_{L,T}} \quad (2.6)$$

bestimmen.

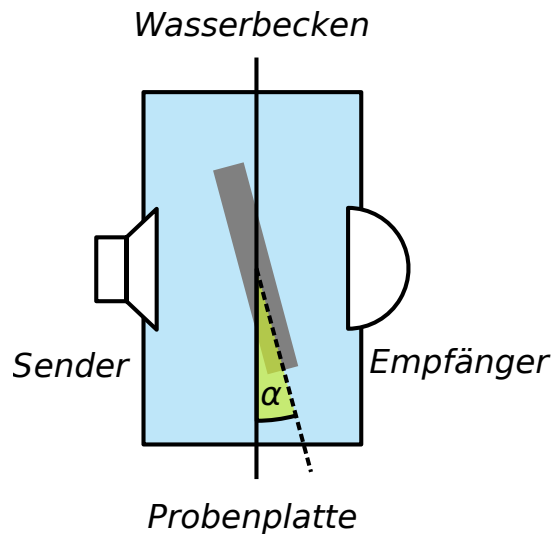


Abbildung 3.1: Skizze des Versuchsaufbaus [eigene Arbeit]

3. Durchführung

Für diesen Versuch wird ein Ultraschallbetriebsgerät mit zwei Sonden verwendet. Diese werden – wie in Abbildung 3.1 eingezeichnet – mit Ultraschallgel an einem Wasserbecken angebracht, in dem sich die drehbare aufgehängte Probenplatte befindet. Mit dem Computer wird die verstärkte Amplitude des empfangenen Signals gemessen.

Nun wird für Einfallswinkel α zwischen $0 \dots 90^\circ$ die Amplitude des transversalen und des longitudinalen Pulses gemessen, die idealerweise aufgrund der unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten (siehe Abschnitt 2) als zwei klar zu unterscheidende Peaks im Amplitudenbild zu erkennen sind. Dabei wird der Winkel mit der an der Aufhängung der Probe angebrachten Skala in 5° -Schritten variiert. Dies wird für Proben aus Polyacryl und Aluminium durchgeführt.

Zu beachten ist, dass eventuell die Signalverstärkung am Betriebsgerät erhöht werden muss, um eine hinreichende Genauigkeit zu erzielen. Auch muss beachtet werden, dass der Verstärker bei zu hohen Ausgangsspannungen das Signal verzerrt und damit die Daten verfälscht werden, also darf die Signalverstärkung nicht zu hoch eingestellt werden. Es empfiehlt sich, die Verstärkung für jede Messung zu optimieren, besonders da die zu messenden Amplituden oft stark unterschiedlich sind.

4. Auswertung

4.1. Berechnung der Eingangsspannung

Gemessen wurde die Maxima der Verstärkerausgangsspannung V_a (siehe 3). Mit der ebenfalls notierten Verstärkung v in Dezibel kann über

$$v = 10 \log_{10} \left(\left(\frac{V_a}{V_i} \right)^2 \right)$$
$$\Rightarrow V_i = V_a \cdot \sqrt{10^{-v/10}}$$

die tatsächliche Eingangsspannung V_i berechnet werden. Der Fehler σ_{V_i} berechnet sich nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_{V_i} = \left| \sigma_{V_a} \cdot \sqrt{10^{-v/10}} \right|$$

Dabei ist V_a der Fehler der gemessenen Ausgangsspannung, der während der Messung basierend auf der Amplitude des Signalrauschens abgeschätzt wurde. Die einzelnen Werte finden sich im beigefügten Messprotokoll.

Da wir keine Informationen über den Verstärker hatten, mussten wir die Verstärkung als fehlerfrei annehmen. Diese V_i sind in Abbildung 4.1 für Acryl und in Abbildung 4.2 für Aluminium aufgetragen.

4.2. Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten

i. aus Totalreflexion

Bei einem gewissen Winkel α_{tot} tritt beim Phasenübergang von der Probe ins Wasserbecken Totalreflexion auf, die Wellen erreichen also den Empfänger nicht und werden nicht mehr registriert. Aus diesem Winkel lässt sich über Gleichung (2.6) die Geschwindigkeit der Wellen zu

$$v_{L,T} = \frac{v_F}{\sin \alpha_{\text{tot}}}$$

v_F ist hierbei die Schallgeschwindigkeit in der umgebenden Flüssigkeit (hier Wasser), die im [3] zu 1480 m/s angegeben wurde. Hierbei ist nicht zwischen Transversal- und Longitudinalwellen zu unterscheiden, da Flüssigkeiten ein Torsionsmodul von Null haben.

Der Winkel α_{tot} wurde durch Ablesen aus den Amplitudenplots bestimmt, indem der Mittelwert zwischen dem letzten Winkel, an dem noch ein Signal messbar war und seinem Nachfolger gebildet wird. Der Fehler kann also durch $\pm 2.5^\circ$ – die Differenz zweier Datenpunkte – abgeschätzt werden. Der Fehler der Geschwindigkeiten beträgt dann

$$\sigma_{V_T} = \left| \sigma_{\alpha_{\text{max}}} \cdot \frac{v_F \cos(\alpha_{\text{max}})}{\sin^2(\alpha_{\text{max}})} \right|$$

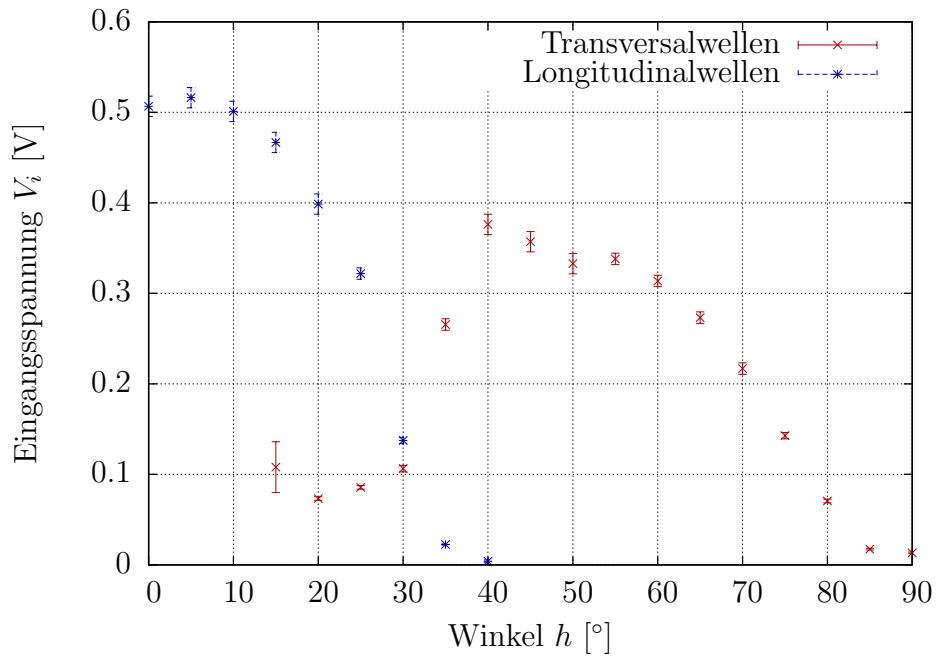


Abbildung 4.1: Eingangsspannung für Acryl, aufgetragen über dem Einfallswinkel in rot für den Longitudinal- und in blau für den Transversalanteil

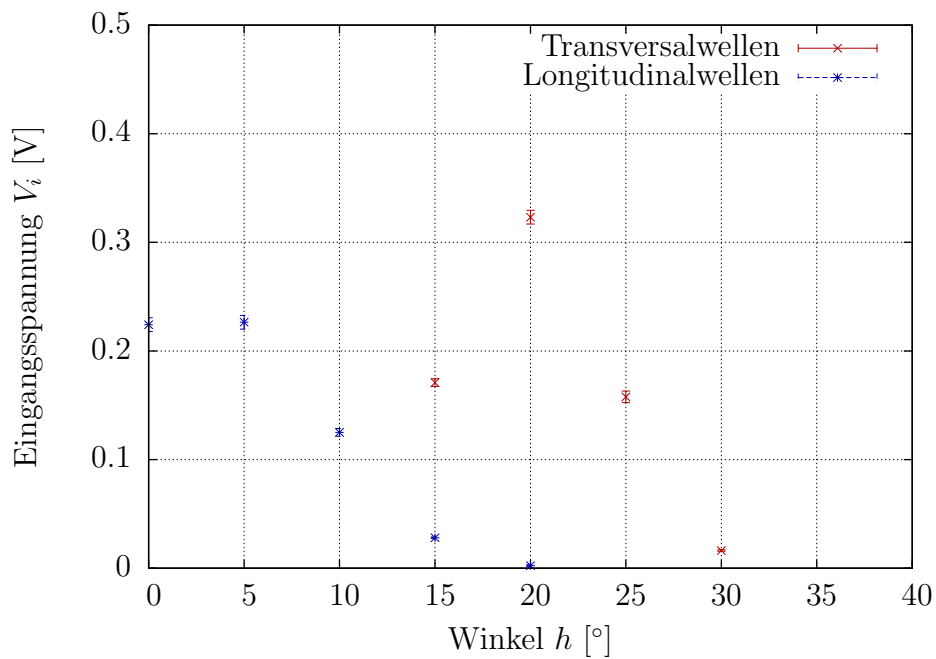


Abbildung 4.2: Eingangsspannung für Aluminium, wie oben aufgetragen über dem Einfallswinkel

Probekörper	longitudinal		transversal	
	$\alpha_{\text{tot},L} [^\circ]$	$v_L [\text{m s}^{-1}]$	$\alpha_{\text{tot},T} [^\circ]$	$v_T [\text{m s}^{-1}]$
Acryl	42.5 ± 2.5	$(2.2 \pm 0.3) \cdot 10^3$	90 ± 5	$1.480 \cdot 10^3$
Aluminium	22.5 ± 2.5	$(3.8 \pm 0.5) \cdot 10^3$	32.5 ± 2.5	$(2.7 \pm 0.2) \cdot 10^3$

Tabelle 4.1: Schallgeschwindigkeiten im Probekörper, bestimmt über die Totalreflexionsmethode. Man beachte, dass für den Wert für Transversalwellen in Acryl die Fehlerformel versagt – sie gibt einen Fehler von null aus (siehe Abschnitt 5).

Damit erhält man die in Tabelle 4.1 aufgeführten Werte für die α_{tot} und die Geschwindigkeiten.

ii. aus Signalamplituden

Mit Formel (2.5) kann der Winkel α_{max} , an dem die Amplitude des transversalen Signales maximal wird, mit der Phasengeschwindigkeit v_T des Signals in Verbindung gebracht werden. Es gilt also

$$v_T = v_F \cdot \frac{\sin(45^\circ)}{\sin(\alpha_{\text{max}})}.$$

Der Winkel α_{max} wurde wieder durch Ablesen aus den Amplitudenplots 4.1 und 4.2 mit Fehler $\pm 2.5^\circ$ bestimmt. Nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung ergibt sich also für den Fehler

$$\sigma_{v_T} = \left| \sigma_{\alpha_{\text{max}}} \cdot v_F \frac{\sin(45^\circ) \cos(\alpha_{\text{max}})}{\sin^2(\alpha_{\text{max}})} \right|$$

Damit errechnet man für die Transversal-Schallgeschwindigkeit in Acryl einen Wert von

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{max}} &= (40 \pm 2.5)^\circ \\ v_T &= (1.63 \pm 0.09) \cdot 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

und für Aluminium

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{max}} &= (20 \pm 2.5)^\circ \\ v_T &= (3.1 \pm 0.4) \cdot 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

4.3. Berechnung der Schallgeschwindigkeiten

Gegeben in [3] sind die in Tabelle 4.2 gegebenen Materialkonstanten für Acryl und Aluminium. Mit Gleichungen (2.3) und (2.4) ergibt sich dann für Acryl

$$\begin{aligned} v_L &\approx 2438 \text{ m/s} \\ v_T &\approx 1195 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Probekörper	ρ [g/cm ³]	G [MPa]	E [MPa]	μ
Acryl	1.19	1700	3300	0.4
Aluminium	2.7	27000	72000	0,34

Tabelle 4.2: Materialkonstanten der Probestoffe, übernommen aus [3]

und für Aluminium

$$v_L \approx 6407 \text{ m/s} \quad (4.1)$$

$$v_T \approx 3162 \text{ m/s} \quad (4.2)$$

5. Diskussion

5.1. Güte der Ergebnisse

Berechnung durch Totalreflexion Diese hier gewonnenen Ergebnisse können zwar einen Eindruck über die Größenverhältnisse liefern, weichen aber für Aluminium um über 2σ (transversal) bzw. 5σ (longitudinal) von den in 4.3 bestimmten Theoriewerten ab, was aber bei der sehr geringen Anzahl an Messpunkten durchaus unsere Erwartungen übertraf.

Für Acryl sehen diese Abweichungen mit 1σ (longitudinal) und 0.2% des Messwertes (transversal) durchaus ähnlich gut aus, allerdings ergibt sich für die Fehlerabschätzung bei der Transversal-Geschwindigkeit ein unerwartetes Problem: Da der letzte Winkel, bei dem ein Signal erfasst wurde, genau 90° beträgt, wird der Fehler exakt 0. Einer der Gründe dafür könnte sein, dass die tatsächliche Transversal-Schallgeschwindigkeit (sowohl nach Abschnitt 4.3 als auch nach [2, 14-31]) in Acryl kleiner als die Schallgeschwindigkeit in Wasser ist, also keine Totalreflexion auftritt und damit sowohl die verwendete Formel als auch die Fehlerabschätzung ungültig werden.

Berechnung durch Amplitudenmaximum Auch hier sind ist Werte für Aluminium von höherer Güte als der für Acryl: Während die gemessene Transversal-Geschwindigkeit in Aluminium um nur 1σ vom Theoriewert abweicht, beträgt diese Abweichung in Acryl 5σ .

5.2. Mögliche Fehlerquellen

Eine schon beim Versuch aufgefallenen Fehlerquelle war das starke Hintergrundrauschen bei der Messung, auf dem auch die Fehlerabschätzungen der einzelnen Messwerte beruhen. Besonders bei hohen Verstärkungen war es schwer, einen genauen Wert für die

Amplitude zu finden.

Auch waren durch weitere äußere Störeinflüsse deutlich mehr als die erwarteten zwei klaren Signale zu erkennen, die dann das Finden der tatsächlich zu messenden Peaks schwieriger als erwartet machte.

Deswegen sind die Fehler vermutlich hauptsächlich systematischer Natur. Die größte auftretende Unregelmäßigkeit – der Fehler von 0 für die Transversal-Geschwindigkeit in Acryl – stammt vermutlich ebenfalls aus einem systematischen Problem (siehe oben).

Literatur

- [1] Dieter Meschede (Hrsg.), *Gerthsen Physik*, Springer Berlin Heidelberg, 25. Auflage, 2015
- [2] Chemical Rubber Company (Hrsg.), *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, CRC Press, Band 73, 1992
- [3] Jörn Große-Knetter und Peter Schaaf, *Das Physikalische Praktikum Band II*, Universitätsverlag Göttingen, 2016

