

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 11

Der Transformator

Praktikanten: Maximilian Kurjahn
Lukas Hupe

E-Mail: ..@stud.uni-goettingen.de
..@stud.uni-goettingen.de

Betreuer: Max Mustermann

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Idealer Transformator	3
2.2	Realer Transformator	4
2.3	Phasenverschiebung	5
3	Durchführung	5
4	Auswertung	6
4.1	Unbelasteter Transformator	6
4.2	Phasenverschiebung am belasteten Transformator	7
4.3	Wirk- und Verlustleistung	10
4.4	Energieverbrauch eines Handyladegeräts	11
5	Diskussion	11
5.1	Spannungsverhältnisse	11
5.2	Bestimmung der Phasenverschiebung	11
	Literatur	12

1 Einleitung

Der Transformator ist ein essentieller Baustein unserer modernen Gesellschaft. Das Hochspannungsnetz, das besonders mit der Energiewende stärker beansprucht werden wird, ist ohne eine einfache Möglichkeit, Wechselspannungen möglichst verlustfrei umzuwandeln, nicht funktionsfähig.

In diesem Versuch soll dieses wichtige Gerät und sein Verhalten bei Belastung genauer untersucht werden.

2 Theorie

2.1 Idealer Transformator

Ein Transformator besteht aus zwei Spulen verschiedener Windungszahlen N_1 und N_2 , die um einen gemeinsamen Eisenkern gewickelt sind, sodass sie den gleichen magnetischen Fluss umgreifen. Eine schematische Darstellung eines Transformators ist in Abbildung 2.1. Bei einem idealen Transformator wird davon ausgegangen, dass die Spulen

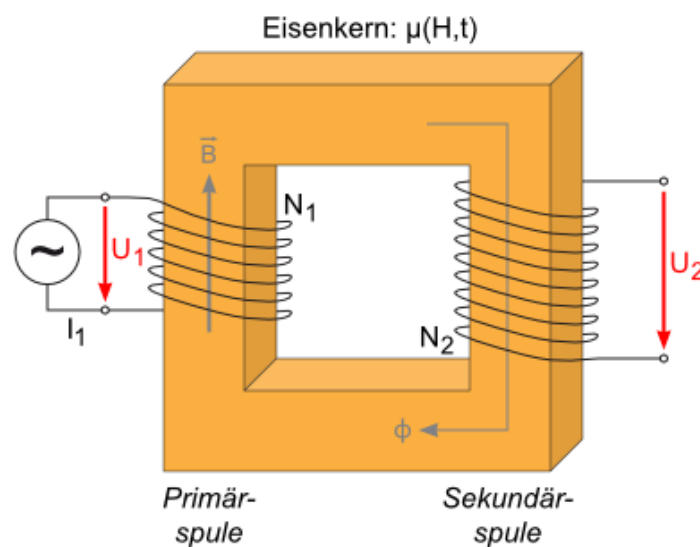


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung eines Transformators mit Windungszahl N_1 , Strom I_1 und Spannung U_1 der Primärspule sowie Windungszahl N_2 und Spannung U_2 der Sekundärspule. Die Primärspule erzeugt ein Magnetfeld \mathbf{B} , das mittels des Eisenkerns der Permeabilität $\mu(\mathbf{H}, t)$ umgebogen wird, sodass auch die Sekundärspule vom gleichen magnetischen Fluss Φ durchsetzt ist. [3]

keinen Ohmschen Widerstand haben, keine Wirbelströme entstehen und der magnetische Fluss Φ sich vollständig im Eisenkern konzentriert. Dann folgt nach dem Faradayschen

Induktionsgesetz für die induzierte Spannung in der Primärspule

$$U_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2.1)$$

In der Sekundärspule wird durch dieselbe Änderung des magnetischen Flusses die Spannung

$$U_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.2)$$

induziert. Durch Zusammenführen der Gleichungen (2.1) und (2.2) erhält man so das Übersetzungsverhältnis

$$u := \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (2.3)$$

Aufgrund der Energieerhaltung im idealen Transformator gilt die Beziehung $U_1 I_1 = U_2 I_2$. Daraus folgt für die Ströme

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{u}. \quad (2.4)$$

2.2 Realer Transformator

Wenn ein idealer Transformator durch einen beliebigen komplexen Widerstand Z auf der Sekundärseite belastet wird, so können die Gleichungen [1, S.433]

$$\begin{aligned} U_1 &= L_1 \dot{I}_1 + L_{12} \dot{I}_2 = i\omega L_1 I_1 + i\omega L_{12} I_2 \\ U_2 &= Z I_2 = i\omega L_{12} I_1 + i\omega L_2 I_2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Durch Auflösen dieser Gleichung nach I_1 und I_2 lässt sich das Verhältnis der Ströme zu

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{i\omega L_{12}}{i\omega L_2 + Z} \quad (2.6)$$

Als Maß für die magnetische Kopplung zwischen Primär- und Sekundärspule wird der Kopplungsgrad

$$\kappa = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad \text{mit } 0 < \kappa < 1$$

nach [2, S.159] eingeführt. Mit $U_2 = Z I_2$ erhält man damit für den Betrag des Verhältnisses der Spannungen nach [2, S.159]

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{L_{12}}{L_1 - i\omega(\kappa^2 - 1) \frac{L_1 L_2}{Z}}. \quad (2.7)$$

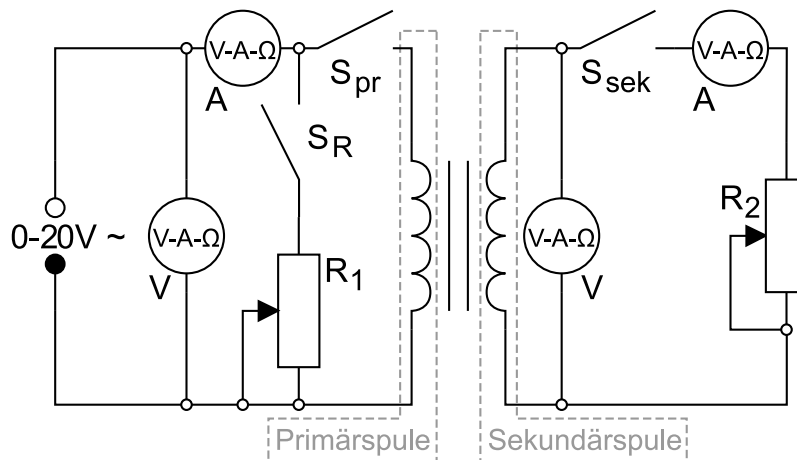


Abbildung 3.1: Schaltplan des Versuchsaufbaus, verändert nach [3]

2.3 Phasenverschiebung

Mit Abbildung 4.3 ergibt sich für die Phasenverschiebung ϕ zwischen $I_{1,R}$ und $I_{1,T}$ der Zusammenhang durch Ablesen

$$\tan\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{I_{1,T} \sin(\phi)}{I_{1,R} + I_{1,T} \cos(\phi)}. \quad (2.8)$$

3 Durchführung

Zunächst wird die in Abbildung 3.1 eingezeichnete Schaltung aufgebaut. Der Transformator besteht hier aus vier Spulen zu je 150 Windungen, die je nach Anforderungen der Messung miteinander verschaltet werden können (siehe Abbildung 3.2). Wenn nicht anders angegeben, werden immer je zwei Spule in Reihe als Sekundär- und Primärspule verwendet. Es ist bei allen Messungen zu beachten, dass die Schalter nur bei abgeschalteter Stromversorgung betätigt werden dürfen, da eventuelle Selbstinduktionsströme beim Abschalten die Messgeräte beschädigen könnten. Dies gilt auch für das Wechseln des Messbereiches am Multimeter.

Bei geöffnetem Sekundärkreis wird nun das Verhältnis von Primärstrom zu Primärspannung vermessen, dafür werden mindestens 15 verschiedene Spannungen von $0 \dots 15 \text{ V}$ an der Quelle eingestellt und der jeweilige Strom am Ampèremeter abgelesen.

Nun wird die an einer der beiden Teilspulen der Sekundärspule entstehende Spannung in Abhängigkeit von der Primärspannung vermessen. Auch hier werden 15 Messwerte aufgenommen. Diese Messung wird mit beiden Teilspulen in Reihe wiederholt.

Anschließend wird der belastete Transformator vermessen. Dafür wird zunächst durch Schließen von S_{sek} der Schiebewiderstand R_2 in den Sekundärstromkreis geschaltet. R_2

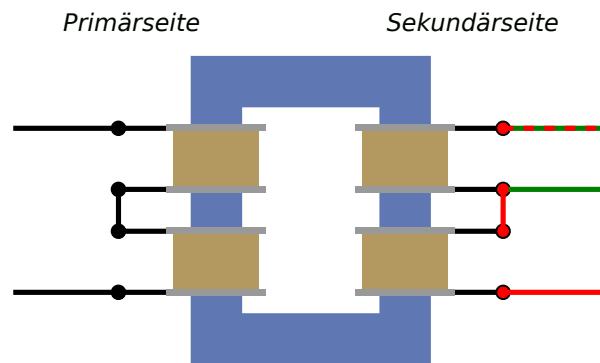


Abbildung 3.2: Beschaltung des Transformators (eigene Arbeit). Die Primärseite besteht immer aus zwei in Reihe geschalteten Spulen, für die Sekundärseite wird entweder eine (grün) oder beide (rot) der Teilspulen verwendet.

wird dabei so eingestellt, dass ein möglichst runder Wert für den Sekundärstrom I_2 entsteht; dieser sollte zwischen $0 \dots 1.5$ A liegen. Nun wird der Primärstrom I_1 notiert. Der Transformator wird durch Öffnen des Schalters S_{pr} aus dem Primärkreis genommen, dafür der Widerstand R_1 durch Schließen von S_R in den Kreis geschaltet und so eingestellt, dass der Primärstrom den eben gemessenen Wert erreicht. Dann wird der Transformator wieder hinzugeschaltet und der nun durch den Primärkreis fließende Strom I_{ges} notiert. Die Messung wird für fünf Sekundärströme und einmal bei geöffnetem Sekundärkreis wiederholt.

Zuletzt wird mit dem Oszilloskop die Phasenverschiebung zwischen Primärspannung und -strom gemessen. Dafür wird mit der sogenannten Stromzange, die hohe Ströme berührungslos durch Induktion messen kann, der Primärstrom gemessen, während die Primärspannung über einen Tastkopf erfasst wird. Dies geschieht sowohl im x-t-Modus, in welchem die Signale über der Zeit aufgetragen werden, als auch im x-y-Modus, in dem der Strom über der Spannung aufgetragen wird. Die Oszilloskopbilder werden ausgedruckt. Die Messung wird für die Sekundärströme aus der vorigen Messung wiederholt.

4 Auswertung

4.1 Unbelasteter Transformator

Für die Auswertung des ersten Versuchsteils wird die Primärspannung U_1 über dem Primärstrom I_1 mittels gnuplot aufgetragen. Dies ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

Die Sekundärspannung U_2 wird über der Primärspannung U_1 aufgetragen und eine li-

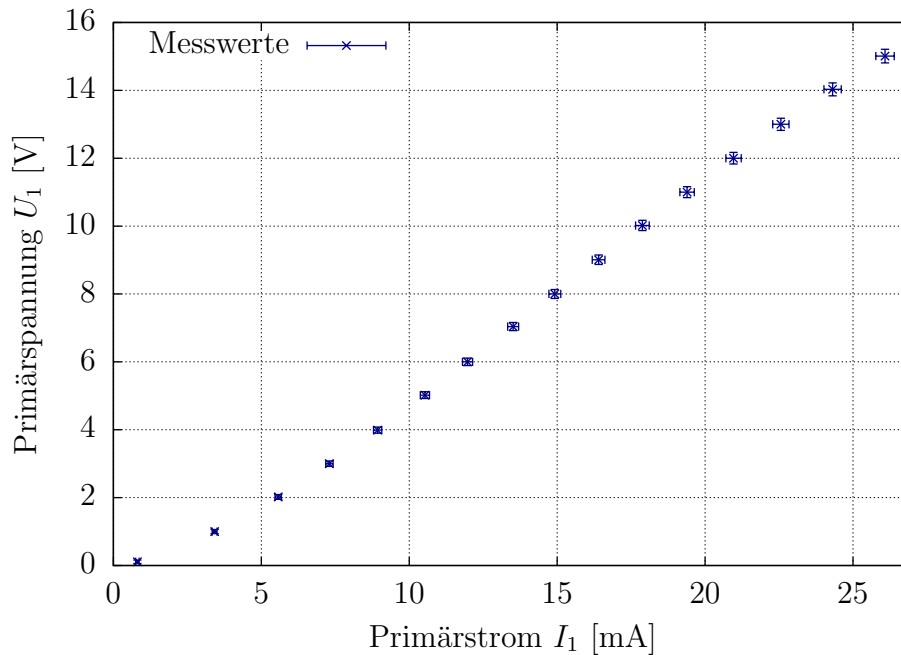


Abbildung 4.1: Aufgetragen ist die Primärspannung U_1 über dem Primärstrom I_1 mittels `gnuplot` in `blau`.

neare Regression der Form

$$U_2 = a_i \cdot U_1 + b_i$$

für beide Teile ($i = 1, 2$) der Messung mittels `gnuplot` gefittet. Das Ergebnis ist in `Abbildung 4.2` zu finden. So ergibt sich für den Teil mit nur einer Spule

$$U_2 = (0.4937 \pm 0.0004) \cdot U_1 + (-0.0319 \pm 0.0026)$$

und für den mit beiden verwendeten Teilspule in Reihe

$$U_2 = (0.9867 \pm 0.0011) \cdot U_1 + (-0.0163 \pm 0.0066).$$

Daraus lässt sich das Übersetzungsverhältnis u nach `Gleichung (2.3)` bestimmen. Für den Teil mit nur einer Spule ist $u \approx 2$ und für den Teil mit beiden Spulen ist $u \approx 1$.

4.2 Phasenverschiebung am belasteten Transformator

Um die Phasenverschiebung ϕ zwischen Primärspannung und -strom zu bestimmen, kann man den in `Versuchsteil 3` aufgenommenen Messwerten die Phasenverschiebung ϕ zwischen U_1 und I_1 bestimmen. Dafür nutzt man aus, dass der über den Widerstand gemessene Strom $I_{1,R}$ im Gegensatz zum Strom über den Transformator $I_{1,T}$ parallel zu U_1 ist. Da hier $I_{1,T}$ und $I_{1,R}$ gleichen Betrag haben, kann man im Zeigerdiagramm

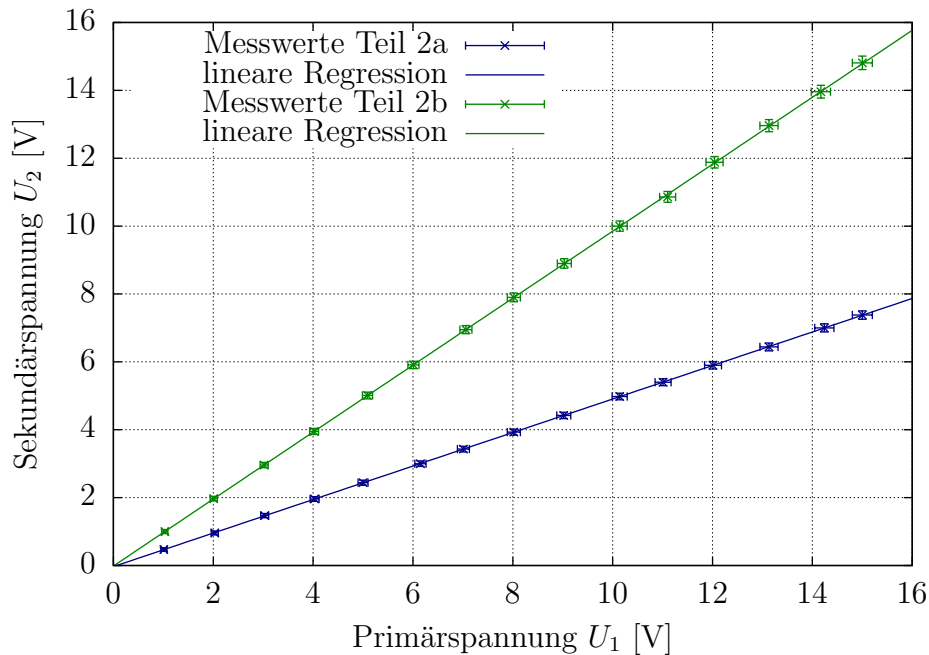


Abbildung 4.2: Aufgetragen ist die Sekundärspannung U_2 über der Primärspannung U_1 mittels gnuplot. Für den Teil mit nur einer Spule sind die Messwerte und die lineare Regression in blau und für den mit beiden verwendeten Teilschichten in Reihe sind die Messwerte und lineare Regression in grün aufgetragen.

(Abbildung 4.3) ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $I_{1,T}$ und der Kathete $I_{ges}/2$ aufstellen. In diesem gilt offensichtlich die Beziehung

$$\cos \frac{\phi}{2} = \frac{1}{2} \frac{I_{ges}}{I_1}$$

Mit der so gezeigten Formel lässt sich aber nicht allen sechs aufgenommenen Werten eine Phasenverschiebung zuordnen, da sich für das $I_2 = 0.601$ ein Wert von $\cos(\phi/2) \approx 2.96$ ergab. Deshalb wurde dieser Messpunkt in der weiteren Auswertung ignoriert.

Die Berechnung des Fehlers von ϕ erfolgt mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_\phi = 2 \sqrt{\frac{(I_{ges}\sigma_{I_1})^2 + (I_1\sigma_{I_{ges}})^2}{4 I_1^4 - (I_1 I_{ges})^2}}$$

Im x-t-Modus bestimmt das Oszilloskop die Phasenverschiebung mit einer eingebauten Messfunktion selbst. Für diesen Wert haben wir einen Fehler von $\pm 5^\circ$ angenommen, da die Kurven beim Nulldurchgang eine Dicke von ungefähr $1/40$ Periode $\hat{=} 9^\circ$ hatten.

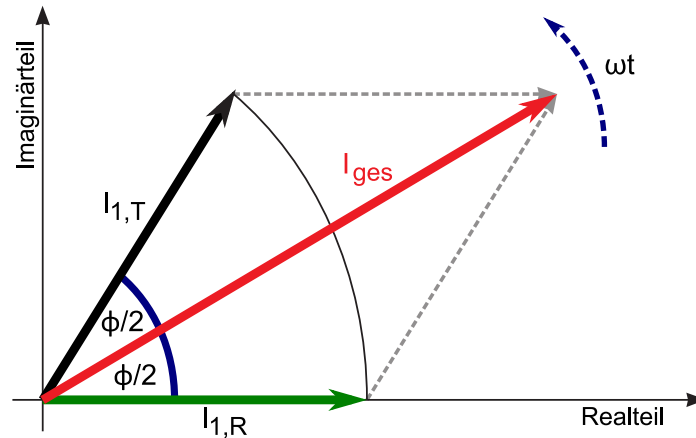


Abbildung 4.3: Zeigerdiagramm zur Phasenverschiebung zwischen Primärstrom und -spannung (verändert nach [3]). In grün ist der am Schiebewiderstand, in schwarz der am Transformator abfallende Strom eingezeichnet. Ihre Summe ist in rot hervorgehoben.

Im x-y-Modus entstehen sogenannte Lissajous-Figuren, in diesem Fall handelt es sich um Ellipsen um den Nullpunkt. Aus ihnen lässt sich über die Maximalauslenkung in I-Richtung I_0 und den I-Achsenabschnitt I_y bestimmen. Am Schnittpunkt der Kurve mit der I-Achse gilt $U_y = U_0 \sin(\omega t) = 0$, also ist ωt ein ganzes Vielfaches von π . Demnach gilt für $\hat{I} = (U_y) = I_0 \cdot \sin \phi$. Daraus folgt die Formel zur Berechnung von $\sin \phi$

$$\sin \phi = \frac{I(U_y)}{I_0}$$

wobei sich aus Gaußscher Fehlerfortpflanzung ein Fehler von

$$\sigma_\phi = \sqrt{-\frac{b^2 \sigma_a^2 + a^2 \sigma_b^2}{a^2 b^2 - b^4}}$$

ergibt.

Da in den Plots jeweils unter- und oberhalb der U-Achse ein Wertepaar aufgenommen werden kann, wurde hier der Mittelwert verwendet. Der Fehler der einzelnen Werte ist die halbe Dicke der Kurven, der Fehler des Mittelwerts ist nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

Die Werte und die Theoriekurve nach Gleichung (2.8) sind in 4.4 eingetragen.

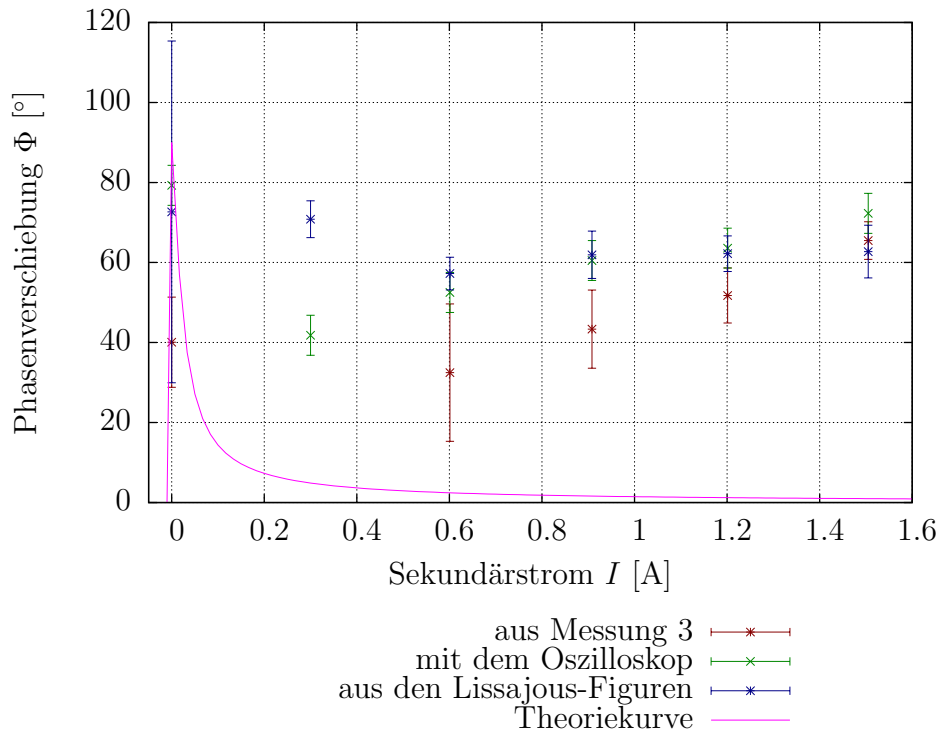


Abbildung 4.4: Plot der Phasenverschiebungen. Die Ergebnisse aus Messung 3 sind in rot, vom Oszilloskop in grün und aus den Lissajous-Figuren in blau eingetragen

4.3 Wirk- und Verlustleistung

Die Wirkleistung P_W und Verlustleistung P_V berechnen sich nach [1, S.417] zu

$$P_W = UI \cdot \cos \phi$$

$$P_V = UI \cdot \sin \phi$$

Für die jeweiligen Fehler folgt nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{P_W} = \sqrt{I^2 \sigma_U^2 \cos^2(\phi) + (I^2 \sigma_\phi^2 \sin^2(\phi) + \sigma_I^2 \cos^2(\phi)) U^2}$$

$$\sigma_{P_V} = \sqrt{I^2 \sigma_U^2 \sin^2(\phi) + (I^2 \sigma_\phi^2 \cos^2(\phi) + \sigma_I^2 \sin^2(\phi)) U^2}$$

Mit den gemessenen Werten von $U = (15 \pm \dots) \text{ V}$ und $I = (4.96 \pm \dots) \text{ A}$ sowie der aus Messung 3 bestimmten $\phi = (65 \pm 5)^\circ$ ergibt sich eine Wirkleistung von $P_W = (30 \pm 5) \text{ W}$ und eine Verlustleistung von $P_V = (64 \pm 5) \text{ W}$.

4.4 Energieverbrauch eines Handyladegeräts

Wird ein Handyladegerät nach Abtrennen des Mobiltelefons an der Netzsteckdose gelassen, so fließt immer noch ein Strom durch die Primärspule des Transformators. Dieser berechnet sich zu

$$I = \frac{U}{Z}$$

Z ist hier die Impedanz der Primärspule. Für den im Versuch verwendeten Transformator wurde dieser Strom nur für $U = 15 \text{ V}$ gemessen. Man muss diesen also mit einem Faktor $230/15$ skalieren. Für $U = 230 \text{ V}$ ergibt sich also ein Strom von $I = (0.39 \pm 0.05) \text{ A}$. Bei einer gemessenen Phasenverschiebung von $(80 \pm 5)^\circ$ ergibt sich so eine Wirkleistung von $(16 \pm 9 \text{ W})$ und eine Verlustleistung von $(89 \pm 15 \text{ W})$. Nach [1, S. 417 f.] wird im Stromzähler nur die Wirkleistung gemessen, also ergeben sich die Kosten für ein Jahr ($= 8766 \text{ h}$) zu $(34 \pm 17) \text{ €}$. Der Autor rät hier zum Erwerb einer Mehrfachsteckdose mit Netzschalter oder zu besseren Messdaten.

5 Diskussion

5.1 Spannungsverhältnisse

Hier entsprachen die Ergebnisse weitestgehend den Erwartungen. Zwar liegen die erwarteten Spannungsverhältnisse außerhalb der Fehlergrenzen, dies liegt aber wahrscheinlich an beim realen Transformator auftretenden Verlusten. Allerdings liegt der bei der linearen Regression festgestellte Offset der Werte innerhalb der Genauigkeit des Spannungsmessgerätes von 0.01 V . Vermutlich stammt er also aus Ungenauigkeit der Messgeräte.

5.2 Bestimmung der Phasenverschiebung

Obwohl die in Abschnitt 4.2 bestimmten Werte untereinander relativ konsistent sind, passen sie kaum zum theoretischen Verlauf. Nach diesem müsste die Phasenverschiebung bei zunehmendem Strom abfallen, hier steigt sie jedoch. Auch liegt der Verlauf der Theoriekurve weit unterhalb der 1σ -Umgebungen der Messwerte.

Zwar legt der extreme Verlauf der Theoriekurve nahe, dass diese falsch geplottet wurde; dieses Ergebnis stimmt jedoch mit dem einer anderen Versuchsgruppe [4] überein und es ließen sich in der Lektüre keine vergleichbaren Darstellungen finden.

Auch ist es möglich, dass bei der Messung mit dem Oszilloskop – also bei zwei von drei Messreihen – die Stromzange falsch gepolt war und damit nicht ϕ , sondern $\pi/2 - \phi$ bestimmt wurde. Allerdings erklärt dies nicht, warum bei der Berechnung von ϕ über den Gesamtstrom ein ähnlicher Verlauf festzustellen ist. Wäre dies aber der Fall, wäre auch das Verhältnis von Wirk- zu Verlustleistung umgekehrt. Aufgrund der fehlenden Vergleichsdaten kann dazu aber keine Aussage getroffen werden.

Das schlechte Ergebnis beeinflusst natürlich auch die weiteren Auswertungsergebnisse, die alle stark von der Phasenverschiebung abhängen.

Allgemein ist wohl anzunehmen, dass uns bei diesem Versuch bei der Messung ein größerer Fehler unterlaufen ist. Zwar passen die ersten beiden Messreihen gut zur Theorie, aber ab der dritten Messreihe weichen die Messwerte auch stark von denen anderer Gruppen [4] ab.

Literatur

- [1] Dieter Meschede (Hrsg.), *Gerthsen Physik*, Springer Berlin Heidelberg, 24. Auflage, 2010
- [2] Wolfgang Demtröder *Experimentalphysik 2*, Springer Berlin Heidelberg, 6. Auflage, 2013
- [3] Prior, Schaaf, Große-Knetter, *Lehrportal Physik Uni Göttingen*, <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/4245> zuletzt abgerufen am 20.07.2016
- [4] Lennart Jahn, Jonas Isensee, *Der Transformator*, Göttingen, 2016

