

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 13

Mikrowellen

Praktikanten: Maximilian Kurjahn
Lukas Hupe

E-Mail: ..@stud.uni-goettingen.de
..@stud.uni-goettingen.de

Betreuer: Max Mustermann

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Stehende Wellen	3
2.2	EM-Wellen in Materie	4
2.3	Die Lecher-Leitung	4
3	Durchführung	5
3.1	Versuchsteil 1	5
3.2	Versuchsteil 2	5
3.3	Versuchsteil 3	6
4	Auswertung	6
4.1	Bestimmung der Wellenlänge über die Messung	6
4.2	Wellenlängenbestimmung über die Angaben des Hohlraumresonators . .	8
4.3	Bestimmung des Brechungsindex	9
5	Diskussion	9
6	Anhang	10
	Literatur	10

1 Einleitung

Wer in einem verwinkelten Zimmer wohnt, der weiß, welche Rolle stehende Wellen in der Akustik spielen. Aber nicht nur in diesem Teilgebiet der Physik ist ein grundlegendes Verständnis dieses Phänomens wichtig: Auch in der Mechanik, Optik und sogar der Quantenphysik trifft man auf stehende Wellen.

Um die Grundkonzepte anschaulich zu vermitteln, eignen sich Mikrowellen mit ihrer Wellenlänge im Zentimeterbereich besonders für Experimente, da sie – wie in diesem Versuch – gut mit dem Lineal vermessen werden können (vergleiche z.B. Schall: hier wären unangenehm hohe Töne von über 1500 Hz nötig, um ähnliche Wellenlängen zu erreichen).

2 Theorie

2.1 Stehende Wellen

Stehende Wellen sind eine Lösung der Wellengleichung ortsfester Amplitude. Sie entstehen durch Überlagerung entgegengesetzt laufender Wellen.

Hier betrachten wir eindimensionale, gegenläufige Wellen der Frequenz ν und der Wellenlänge λ , die sich mit Phasengeschwindigkeit c ausbreiten. Es gilt $c = \nu \cdot \lambda$.

$$\begin{aligned} f(x, t) &= A_0 \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi}{\nu}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\nu}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \right] \\ &= 2A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\nu}t\right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Die Amplitude der Schwingungen ist also gegeben durch $A = 2A_0 \cdot \cos(2\pi/\lambda x)$. Orte, an denen $\partial_x A = 0$, also maximale Amplitude erreicht wird, bezeichnet man als Schwingungsbäuche, für $A = 0$ redet man von Schwingungsknoten. Die Position dieser Knoten und Bäuche kann durch Randbedingungen festgelegt werden. Da der Abstand zwischen zwei Knoten logischerweise der halben Wellenlänge entspricht, können also alle zugelassenen Frequenzen eines Systems direkt aus den Randbedingungen gefolgert werden.

In diesem Versuch wird mit einem sogenannten Gunn-Oszillator zur Erzeugung von Mikrowellen gearbeitet, der in einem Hohlraumresonator dreidimensionale stehende elektromagnetische Wellen anregt. Für einen quaderförmigen Hohlraumresonator mit Kantenlängen a, b, c gilt nach [1, S.456] für $m, n, q \in \mathbb{N}$.

$$\nu = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{q^2}{c^2}} \quad (2.2)$$

Diese Mikrowellen werden im Versuch an einer Metallplatte reflektiert, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht, es entsteht also eine stehende Welle wie oben beschrieben. Da es sich bei elektromagnetischen Wellen um transversale Wellen handelt und entlang eines Leiters kein elektrisches Feld existieren kann, muss die elektrische Feldstärke \vec{E} an der Platte einen Knoten ausbilden [1, S.446].

2.2 EM-Wellen in Materie

In diesem Versuch wird ein Dielektrikum – hier eine PVC-Platte – in den Wellengang eingeführt und damit eine Verschiebung der Wellenknoten um eine Länge δ festgestellt. Dies liegt an der geringeren Ausbreitungsgeschwindigkeit c_{PVC} im Dielektrikum. Betrachtet man diese Situation für eine Platte der Dicke D , so erhält man

$$t = \frac{D}{c_{PVC}} = \frac{D + \delta}{c_0}.$$

Daraus lässt sich der Brechungsindex n des Dielektrikums wie folgt bestimmen

$$\begin{aligned} n &= \frac{c_0}{c_{PVC}} \\ &= \frac{\delta + D}{D}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

2.3 Die Lecher-Leitung

Zur Übertragung elektromagnetischer Wellen kann eine sogenannte Lecher-Leitung verwendet werden. Diese besteht aus zwei parallelen Drähten (siehe Abbildung 4.1), die am Ende kurzgeschlossen sind. Die Wellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit durch den Stab aus und werden am Kurzschluss reflektiert, also entsteht eine eindimensionale stehende Welle in Spannung und Stromstärke. Die Spannung bildet dabei am Kurzschluss einen Knoten aus [1, S.455].

Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in der Lecher-Leitung ungefähr der Lichtgeschwindigkeit entspricht, verhält sich das System wie die oben besprochenen an der Leiterplatte reflektierten Mikrowellen.

3 Durchführung

Zuerst wird der Gunn-Oszillator eingestellt. Dazu verbindet man den oberen Ausgang der Gunn-Versorgung mit dem Oszillator und die E-Feld-Sonde mit dem Verstärkereingang. Die Feldstärke wird mit einem Voltmeter gemessen, welches direkt mit dem AC-Ausgang des Verstärkers verbunden wird. Dabei wird der Messbereich manuell so eingestellt, dass er Werte bis 10 V abdeckt.

Um die Modulationsfrequenz optimal einzustellen, wird die Sonde direkt mittig vor die Hornantenne gestellt und die Frequenz so verändert, dass man ein maximales Signal misst.

3.1 Versuchsteil 1

Hierfür wird die Versuchsanordnung nach Abbildung 3.1 aufgebaut. Die Reflektorplatte befestigt man in einem Abstand von 200 mm senkrecht vor der Hornantenne. Mit der Sonde wird im Abstand d die Feldstärke für $d = 50 \dots 150$ mm in 5 mm-Schritten gemessen. Zur genaueren Bestimmung werden fünf Minima und Maxima ausgesucht und um diese in 2 mm-Schritten fünf weitere Messwerte genommen.

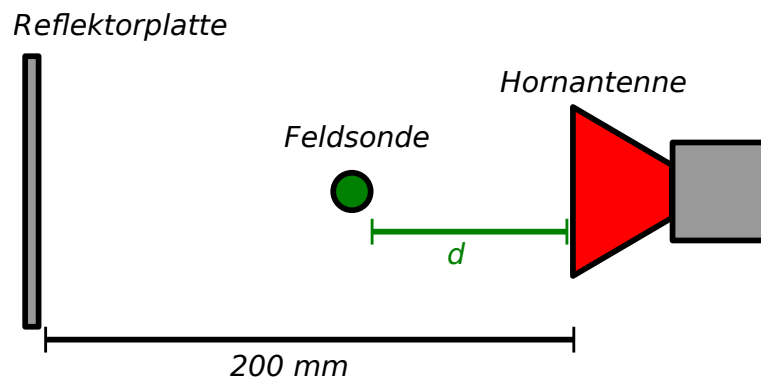


Abbildung 3.1: Schematische Abbildung von Versuchsteil 1. Abgebildet ist die Reflektorplatte, die Feldsonde und die Hornantenne [eigene Arbeit].

3.2 Versuchsteil 2

Der Abstand zwischen Metallplatte und Hornantenne wird vergrößert und ein Minimum bestimmt. Dieser Abstand wird notiert. Anschließend wird die graue PVC-Platte hinter die Feldsonde gebracht und das nun verschobene Minimum wird gefunden und notiert.

3.3 Versuchsteil 3

Hierfür wird die Versuchsanordnung nach Abbildung 3.2 aufgebaut. Die Höhe von Hornantenne, Lecherleitung und Feldsonde wird angeglichen und die Induktionsschleife der Lecherleitung in die Hornantenne eingeführt. Der Kurzschlussbügel wird auf die Lecherleitung geschoben, sodass ausreichend viele Messwerte genommen werden können. In 2 mm-Schritten wird der Feldstärkeverlauf gemessen und notiert.

An dieser Stelle sei noch einmal auf zwei wichtige Besonderheiten bezüglich diesen Versuches hingewiesen. Zum Einen unterliegen aufgrund der Permittivität der Gegenstände und Personen die Messwerte hohen Schwankungen. Um diese so gering wie möglich zu halten, sollten Bewegungen und Umbauten (dazu gehört auch das Ausschalten des Nachbargerätes) während der Messung vermieden werden.

Zum Anderen muss trotz der geringen Leistung des Gunn-Oszillator dieser für Arbeiten am Aufbau ausgeschaltet werden, wobei der Hinweis oben natürlich zu beachten ist. Zusätzlich darf *niemals* direkt in die im Betrieb befindliche Hornantenne geblickt werden!

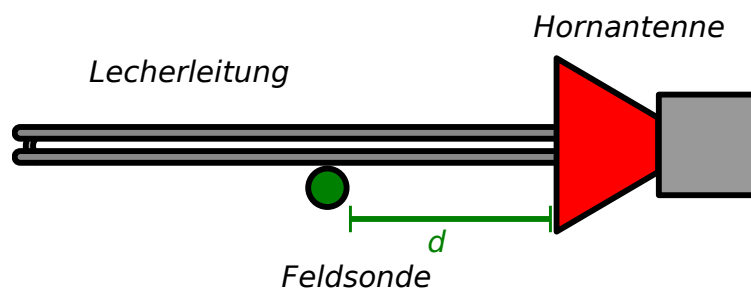


Abbildung 3.2: Schematische Abbildung von Versuchsteil 3. Abgebildet ist die Lecherleitung, die Feldsonde und die Hornantenne [eigene Arbeit].

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Wellenlänge über die Messung

Der Verlauf der Feldstärke aus Versuchsteil 1 und 3 wird mit `gnuplot` grafisch in Abbildung 4.1 und 4.2 gegen den Abstand d zur Hornantenne aufgetragen. Nach Gleichung (2.1) wird als geeignete Funktion ein Kosinus der Form

$$f(x) = |A_i \cos(b_i x + c_i)| + d_i x + e_i \quad (4.1)$$

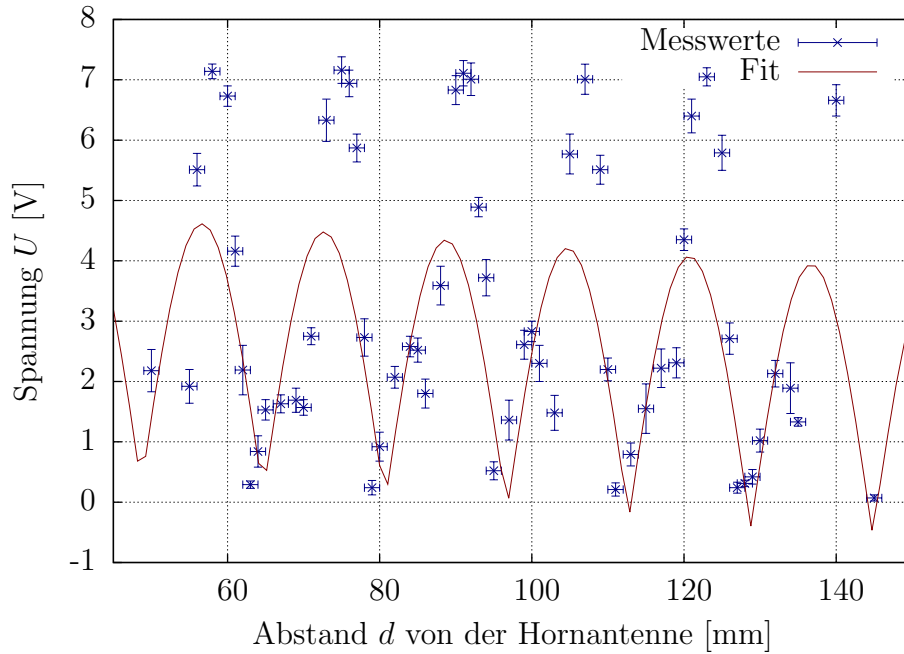


Abbildung 4.1: Aufgetragen ist die Spannung U gegen den Abstand d von der Hornantenne mittels `gnuplot` für den Versuchsteil 1. Dabei sind die Messwerte in blau und der χ^2 -Fit in rot aufgetragen. Zu beachten ist, dass die meisten Messwerte sehr weit von der Funktion entfernt sind und selbst die Fehlerbalken den Graphen nicht schneiden.

für $i = 1, 3$ (Versuchsteil 1 und 3) an beide Graphen gefittet. Dabei wird der Betrag des Kosinus genommen, da aufgrund der Messprinzipis des Voltmeter nur positive Spannungen auftraten. Als Fitparameter liefert `gnuplot`

$$b_1 = (0.1961 \pm 0.0019) \text{ mm}^{-1}$$

$$b_3 = (0.1997 \pm 0.0133) \text{ mm}^{-1}.$$

Die restlichen Werte können im Anhang eingesehen werden. Mit Gleichung (2.1) lässt sich daraus leicht die Wellenlänge berechnen, die sich dann zu

$$\lambda = \frac{2\pi}{b_i} \quad \text{mit Fehler} \quad \sigma_\lambda = \sigma_{b_i} \frac{2\pi}{b_i^2} = \sigma_{b_i} \frac{\lambda}{b_i} \quad (4.2)$$

ergibt. Daraus ergeben sich für die Wellenlänge die folgenden Werte

$$\lambda_1 = (32.04 \pm 0.32) \text{ mm}$$

$$\lambda_1 = (31.46 \pm 2.10) \text{ mm}.$$

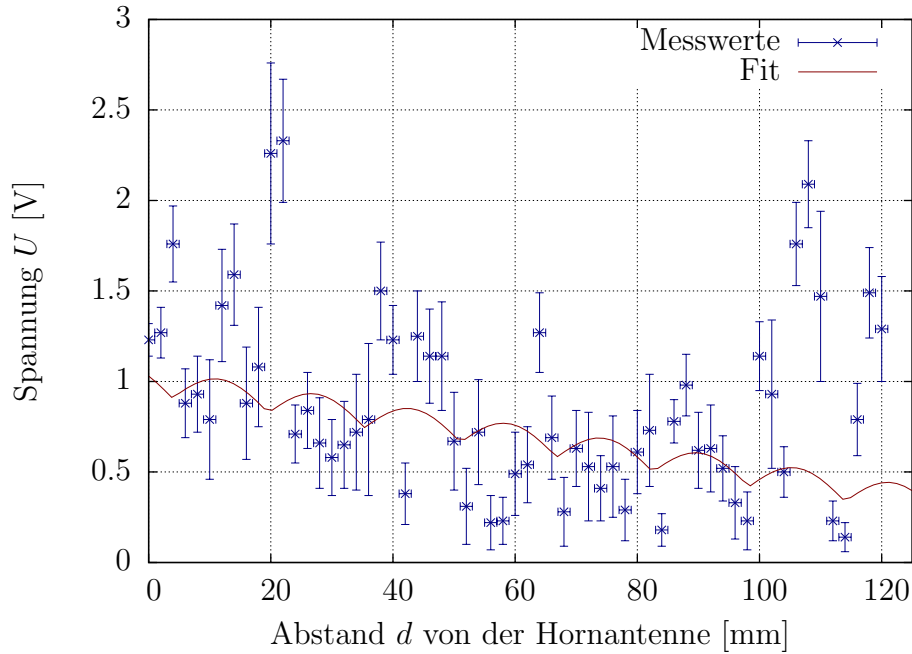


Abbildung 4.2: Aufgetragen ist die Spannung U gegen den Abstand d von der Hornantenne mittels `gnuplot` für den Versuchsteil 3 mit der Lecherleitung. Dabei sind die Messwerte in `blau` und der χ^2 -Fit in `rot` aufgetragen. Zu beachten ist, dass die meisten Messwerte sehr weit von der Funktion entfernt sind und selbst die Fehlerbalken den Graphen nicht schneiden.

4.2 Wellenlängenbestimmung über die Angaben des Hohlraumresonators

Über die Dimension des Hohlraumresonators lässt sich die Wellenlänge der erzeugten Welle berechnen. Die Breite war zu $a = (23.0 \pm 0.2)$ mm und die Länge zu $b = (22.0 \pm 0.2)$ mm angegeben. Die eine Seite des Gunn-Oszillators ist offen und dort wird die stehende Welle in die Versuchsanordnung geschickt. Deshalb kann die Tiefe c als unendlich groß angenommen werden. Somit lässt sich mithilfe von Gleichung (2.2) und der Beziehung $c = \nu \cdot \lambda$ für die Wellenlänge die Gleichung

$$\lambda_{\text{th}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}} \quad (4.3)$$

aufstellen, wobei m, n natürliche Zahlen sind. Die größte Wellenlänge wird für $m = n = 1$ erreicht. Der Fehler wird mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_{\lambda_{\text{th}}} = \frac{\lambda_{\text{th}}^3}{4} \sqrt{\frac{\sigma_a^2 m^4}{a^6} + \frac{\sigma_b^2 n^4}{b^6}} \quad (4.4)$$

berechnet. Somit ergibt sich die Wellenlänge zu

$$\lambda_{\text{th}} = (31.80 \pm 0.21) \text{ mm.}$$

4.3 Bestimmung des Brechungsindex

Die Dicke der PVC-Platte war zu $D = 20 \text{ mm}$ angegeben. Mithilfe des gemessenen Unterschiedes δ zwischen zwei Minima von

$$\delta = (98 \pm 1) \text{ mm} - (80 \pm 1) \text{ mm} = (18 \pm \sqrt{2}) \text{ mm}$$

lässt sich der Brechungsindex von PVC mithilfe von Gleichung (2.3) zu

$$n = \frac{\delta + D}{D} = 1.90 \pm 0.08$$

berechnen, wobei der Fehler sich nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu $\sigma_n = \sigma_\delta/D$ ergibt.

5 Diskussion

Qualität der Anpassung Wie aus den Abbildungen 4.1 und 4.2 schon ersichtlich wurde, sind die χ^2 -Fits überhaupt nicht geeignet, um eine passende Funktion zu den Messwerten zu finden. Die Messwerte streuen sehr stark und lassen kaum ein direktes Muster erkennen. Die Amplituden A_i sind in beiden Fällen deutlich zu klein, da die oberen Messwerte gar nicht erreicht werden und sich ein großer Abstand zwischen den Messwerten und dem Graphen befindet. Letztendlich kam es jedoch in der Auswertung nur auf die Wellenlänge an.

Vergleich der Ergebnisse Obwohl die Messwerte sehr ungenau waren und kaum ein Muster zuließen, sind die daraus ermittelten Wellenlängen sehr nahe am theoretisch berechneten Wert, der mittels der Dimensionen des Hohlraumoszillators errechnet wurde. Die Wellenlänge aus Versuchsteil 1 weicht nur um 2σ von dem Theorie-Wert ab. Ebenso weicht die Wellenlänge aus Versuchsteil 3 um 2σ vom Theorie-Wert ab. Umgekehrt liegt der aus den Angaben berechnete Wert jeweils in dem 1σ -Fehlerintervall der Wellenlängen aus den Versuchsteilen 1 und 3.

Interpretation des Feldstärkeverlaufs aus Versuchsteil 3 Da die Abbildung 4.1 sehr viele Interpretationen zulässt, sei hier nur kurz erwähnt, dass die Ausbreitung entlang der Lecherleitung gleich der Ausbreitung in Luft ist. Die Wellenlänge hat sich zwischen den beiden Versuchsteilen nicht wesentlich verändert. Jedoch muss aufgrund der Messdaten mit weiteren Vermutungen sehr vorsichtig umgegangen werden.

Brechungsindex Da der Brechungsindex unter anderem auch von der Frequenz abhängt, sind spezifische Literaturwerte nicht findbar. Deshalb lässt sich zu der Güte des Brechungsindex nichts sagen.

Messfehler Die großen Abweichungen und Schwankungen der Messwerte lassen sich zum Teil auf die bereits in der Durchführung hingewiesenen Störungen zurückführen. Sobald man sich bewegte, eine Person am Versuchsplatz vorbeiging oder die Messsonde auch nur leicht bewegt wurde, waren große Sprünge am Volt-Meter zu erkennen. Aber auch in der besten Konfiguration schwankten die Messwerte deutlich, was in den großen Fehlerbalken der Abbildungen 4.1 und 4.2 zu sehen ist. Insgesamt ist der Versuch sehr störanfällig, umso verwunderlicher ist es, dass die ermittelten Wellenlängen so gut zu, theoretische berechneten passen.

6 Anhang

Fitparameter

$A_1 = (4.42 \pm 0.68) \text{ V}$	$A_3 = (0.144 \pm 0.182) \text{ V}$
$c_1 = 1.45 \pm 0.24$	$c_3 = 0.79 \pm 1.06$
$d_1 = (-0.008 \pm 0.008) \text{ V mm}^{-1}$	$d_3 = (-0.005 \pm 0.002) \text{ V mm}^{-1}$
$e_1 = (0.67 \pm 1.01) \text{ V}$	$e_3 = (0.93 \pm 0.18) \text{ V}$

Tabelle 6.1: Fitparameter, von gnuplot übernommen.

Literatur

- [1] Dieter Meschede (Hrsg.), *Gerthsen Physik*, Springer Berlin Heidelberg, 24. Auflage, 2010

