

Versuch 17

**Fresnelsche Formeln und
Polarisation**

Praktikant: Maximilian Kurjahn
(mit Lukas Hupe)
E-Mail: ..@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Max Mustermann
Durchführung: 12. Januar 2017
Abgabe: 26. Januar 2017

Note:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Polarisation	3
2.2	Fresnelsche Formeln	3
2.3	Brewster-Winkel	4
2.4	Drehung der Schwingungsebene	5
3	Durchführung	5
3.1	Justierung des Versuchsaufbaus	5
3.2	Referenzmessung	5
3.3	Aufnahme der Messwerte	6
4	Auswertung	7
4.1	Auftragen der Intensität	7
4.2	Bestimmung des Brewster-Winkels	8
4.3	Drehung der Schwingungsebene	9
4.4	Bestimmung des Brechungsindizes	10
5	Diskussion	12
5.1	Vergleich der Ergebnisse	12
5.2	Mögliche Messfehler	12
5.3	Mögliche Optimierungen	13
	Literatur	14

1 Einleitung

In der ersten Folge der ersten Staffel der kanadisch-irischen Fernsehserie *Vikings* benutzt der Wikinger Ragnar Lodbrok einen *Sonnenstein*, um selbst bei bewölktem Himmel die Position der Sonne herausfinden und so nach England segeln zu können [1].

Polarisation ist ein sehr wichtiges Grundkonzept der Optik. So finden zum Beispiel Polarisationsfilter eine breite Anwendung in der Fotografie, um den Kontrast zu erhöhen oder Spiegelungen zu vermeiden. Aus diesem Grund gibt es auch extra polarisierte Sonnenbrillen für Angler und Fahrradfahrer, um von Reflexionen an der Wasseroberfläche von Seen und Pfützen nicht geblendet zu werden.

In diesem Versuch soll die Reflektivität an einem Glasprisma in Abhängigkeit des Einfallswinkels und der Polarisation bestimmt werden. Anhand dessen sollen die FRESNELschen Formeln und der Brewster-Winkel genauer verstanden werden.

2 Theorie

2.1 Polarisation

Elektromagnetische Wellen sind nach den Maxwell Gleichungen transversal; magnetische und elektrische Feldkomponenten stehen dabei immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Man unterscheidet, wie sich die Richtung und Amplitude des elektrischen Feldes verhält [2, S.561]. Zeigt der Vektor des elektrischen Feldes immer in die gleiche Richtung, nennt man die Welle *linear polarisiert*. Ist die Amplitude gleich, aber die Komponenten des elektrischen Feldes um 90° phasenverschoben, so nennt man dies *zirkular polarisiert* [3, S.194f.].

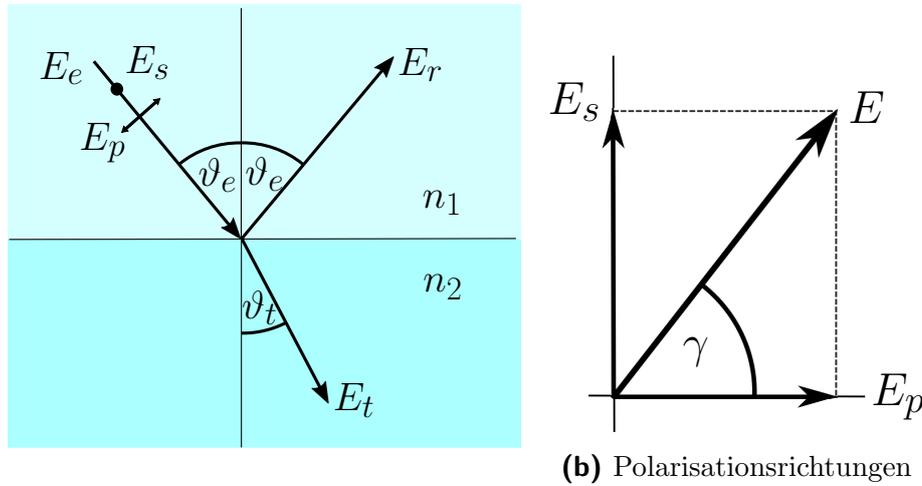
2.2 Fresnelsche Formeln

Licht, das auf eine Grenzfläche mit unterschiedlichen Brechungsindizes n_1 und n_2 trifft, wird teilweise reflektiert und teilweise transmittiert. Für die Reflexion gilt das Reflexionsgesetz, dass der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel ist und für die Brechung gilt das Gesetz von SNELLIUS

$$n_1 \sin(\vartheta_e) = n_2 \sin(\vartheta_t) \quad (2.1)$$

mit Einfallswinkel ϑ_e und Winkel ϑ_t des gebrochenen Strahls [4, S.40].

Aus den Verhältnissen für das elektrische Feld E_s , das senkrecht zur Einfallsebene und E_p , das parallel zur Einfallsebene ist, lassen sich für den reflektierten Lichtstrahl E_r und



(a) Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche, schematisch.

(b) Polarisationsrichtungen

Abbildung 2.1: Darstellung von Reflexion, Transmission und Polarisationsrichtungen. In Abbildung 2.1a bezeichnet E_s das elektrische Feld senkrecht und E_p parallel zur Einfallsebene (eigene Arbeit).

den Transmittierten E_t jeweils Koeffizienten bestimmen:

$$r = \frac{E_r}{E_e} \quad \text{bzw.} \quad t = \frac{E_t}{E_e}.$$

Diese heißen *Reflexions- und Transmissionskoeffizienten* bzw. FRESNELSche Formeln und lassen sich nach [4, S.44] schreiben als

$$\begin{aligned} r_s &= -\frac{\sin(\vartheta_e - \vartheta_t)}{\sin(\vartheta_e + \vartheta_t)}, \\ t_s &= \frac{2 \cos(\vartheta_e) \sin(\vartheta_t)}{\sin(\vartheta_e + \vartheta_t)}, \\ r_p &= \frac{\tan(\vartheta_e - \vartheta_t)}{\tan(\vartheta_e + \vartheta_t)}, \\ t_p &= \frac{2 \cos(\vartheta_e) \sin(\vartheta_t)}{\sin(\vartheta_e + \vartheta_t) \cos(\vartheta_e - \vartheta_t)}. \end{aligned} \tag{2.2}$$

2.3 Brewster-Winkel

Für den Reflexionskoeffizienten r_p der Parallel-Komponente des elektrischen Feldes in Gleichung (2.2) bemerkt man, dass $\tan(\vartheta_e + \vartheta_t) \rightarrow \infty$ für $\vartheta_e + \vartheta_t = 90^\circ$. Also gibt es einen Winkel ϑ_e , für den der Reflexionskoeffizient r_p verschwindet. Dieser Winkel heißt

Brewster-Winkel ϑ_B und berechnet sich nach [5, S.40] zu

$$\tan(\vartheta_B) = \frac{n_2}{n_1} \quad (2.3)$$

2.4 Drehung der Schwingungsebene

Die Schwingungsebene des Lichtstrahls steht immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und beschreibt die Ebene, in der das elektrische Feld schwingt. Aus Abbildung 2.1b lässt sich für die Polarisationsrichtung bzw. die Drehung der Schwingungsebene des reflektierten Strahls der Winkel γ zu

$$\tan(\gamma) = \frac{E_s}{E_p} = \frac{r_s}{r_p} = -\frac{\cos(\vartheta_e - \vartheta_t)}{\cos(\vartheta_e + \vartheta_t)}$$

bestimmen [3, S.238]. Mit dem SNELLIUSschen Brechungsgesetz (2.1) und der Näherung für Luft ($n_1 \approx 1$) lässt sich die Gleichung zu

$$\tan(\gamma) = -\frac{\cos\left(\vartheta_e - \arcsin\left(\frac{\sin(\vartheta_e)}{n_2}\right)\right)}{\cos\left(\vartheta_e + \arcsin\left(\frac{\sin(\vartheta_e)}{n_2}\right)\right)} \quad (2.4)$$

vereinfachen.

3 Durchführung

3.1 Justierung des Versuchsaufbaus

Der Versuch wird entsprechend Abbildung 3.1 aufgebaut. 15 Minuten vor Beginn des Versuches wird der Laser und der Messverstärker angeschaltet, da diese sich aufwärmen müssen. Ein Multimeter zur Spannungsmessung (proportional zur Intensität) wird an den Ausgang des Verstärkers angeschlossen und bei diesem die Nulllage justiert.

3.2 Referenzmessung

Das Prisma und der Analysator P_2 werden aus dem Strahlengang entfernt. Der Schwenkarmwinkel φ wird auf null gestellt. Die beiden Spiegel S werden so justiert, dass das Laserlicht direkt auf die Fotodiode trifft und den Prismenisch in der Mitte durchläuft. Die Verstärkung wird so eingestellt, dass bei den drei Polarisatorstellungen (0, 45, 90) die Spannung maximal 10 V beträgt. Nun wird die Spannung für die Stellung des Polarisators P_1 bei 0 und 90 notiert. Dies ist die *Referenzmessung*.

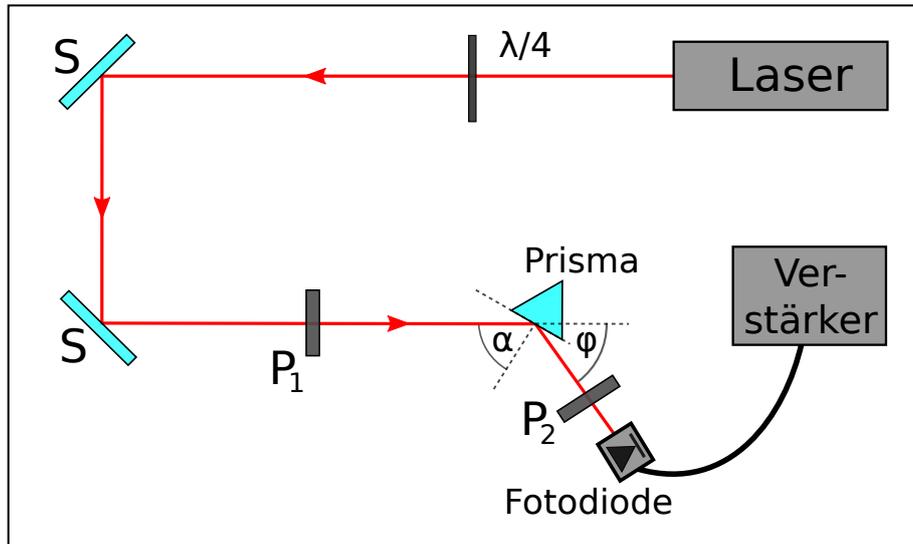


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus (eigene Arbeit). Abgebildet ist der He-Ne-Laser, das $\lambda/4$ -Plättchen, welches linear- in zirkular-polarisiertes Licht umwandelt (siehe Abschnitt 2.1), sowie zwei Spiegel S , der Polarisationsfilter P_1 und Analysatorfilter P_2 , das Prisma und eine Fotodiode mit Verstärker. Ebenfalls ist der Einfallswinkel α des Laserstrahls und der Schwenkarmwinkel φ eingetragen.

3.3 Aufnahme der Messwerte

Das Prisma wird nun auf den Prismentisch gestellt, sodass eine der reflektierenden Seiten die Mitte des Tisches schneidet. Der Polarisator P_1 wird auf 0 gestellt und der Analysator bleibt aus dem Strahlengang entfernt. Der Schwenkarm wird auf einen Winkel $\varphi = 10^\circ$ eingestellt und das Prisma so gedreht, dass der reflektierte Strahl die Fotodiode trifft. Die Spannung wird notiert. Der Polarisator P_1 wird nun auf 90 gestellt und die Spannung erneut notiert.

Jetzt bringt man den Analysator P_2 in den Strahlengang zwischen Prisma und Fotodiode. Der Polarisator wird auf 45 gestellt und die Einstellung des Analysators bestimmt, bei der die Spannung minimal wird. Dabei wird irgendwann auf der anderen Seite des Analysators die Messung fortgeführt, da die Messskala nur von -90 bis 90 reicht. Die gesamte Versuchsreihe wird für Winkel φ des Schwenkarmes bis 150° in 5° -Schritten wiederholt.

Als Besonderheit bei diesem Versuch sei nochmals auf die Gefahren mit frei zugänglichen Laserstrahlen hingewiesen. Deshalb beim Hantieren im Strahlengang Schmuckstücke und Armbanduhren ablegen und niemals *direkt* in den Laserstrahl blicken!

4 Auswertung

4.1 Auftragen der Intensität

Da während der Messung festgestellt wurde, dass die tatsächliche Nulllage der Spannung bei -0.05 V lag, wird zu allen Spannung 0.05 V addiert. Dies ändert jedoch nichts an den Fehlern und sorgt nur dafür, dass die Nullposition mit der Tatsächlichen übereinstimmt. Nun wird die gemessene Spannung U_m mit der Referenzmessung U_0 zu

$$U = \frac{U_m}{U_0}$$

normiert. Der Fehler ergibt sich nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_U = \frac{1}{U_0} \sqrt{\sigma_{U_m}^2 + \sigma_{U_0}^2 \left(\frac{U_m}{U_0}\right)^2}.$$

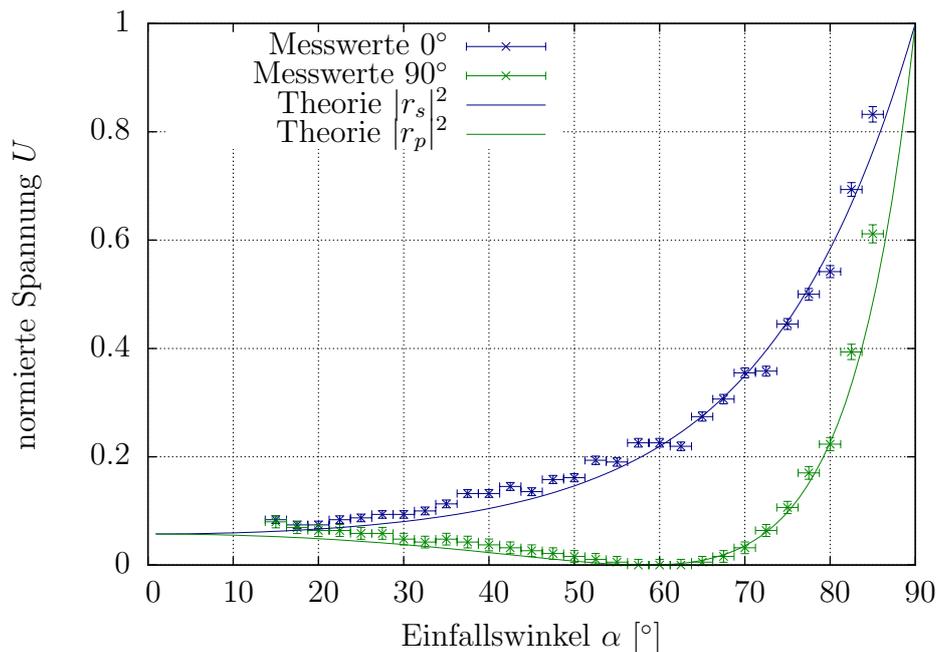


Abbildung 4.1: Aufgetragen sind die normierten Spannungen U gegenüber dem Einfallswinkel α . Dabei ist in blau die Spannung für die Polarisatorstellung 0 und der theoretische Verlauf von $|r_s|^2$ nach Gleichung (4.1) aufgetragen. In grün ist die Spannung für die Polarisatorstellung 90 und der theoretische Verlauf von $|r_p|^2$ nach Gleichung (4.2) aufgetragen.

Dabei war der Fehler des Multimeters für den gewählten Messbereich zu $0.005 \cdot M + 2D$ mit Messwert M und letzter Dezimalstelle D angegeben. Weiterhin werden die Schwenkarmwinkel φ (siehe Abbildung 3.1) in die Einfallswinkel α umgerechnet. Dies geschieht nach geometrischen Überlegungen zu

$$\alpha = 90^\circ - \frac{\varphi}{2} \quad \text{mit Fehler} \quad \sigma_\alpha = \frac{\sigma_\varphi}{2}.$$

Der Fehler des Schwenkarmwinkels wird dabei zu $\sigma_\varphi = 2.5^\circ$ geschätzt. Die so ermittelten Spannungen U werden über den ermittelten Einfallswinkeln α aufgetragen. Der theoretische Verlauf wird nach Gleichung (2.2) für $|r_s|^2$ und $|r_p|^2$ bestimmt. Dabei wird die Näherung für Luft ($n_1 \approx 1$) und das SNELLIUSsche Brechungsgesetz (2.1) mit dem Brechungsindex $n_2 = 1.63$ [6] für das Prisma verwendet. Diese ergeben sich dann zu

$$|r_s|^2 = \left| \frac{\sin\left(\alpha - \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2}\right)\right)}{\sin\left(\alpha + \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2}\right)\right)} \right|^2 \quad \text{und} \quad (4.1)$$

$$|r_p|^2 = \left| \frac{\tan\left(\alpha - \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2}\right)\right)}{\tan\left(\alpha + \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2}\right)\right)} \right|^2. \quad (4.2)$$

4.2 Bestimmung des Brewster-Winkels

Zur Bestimmung des Brewster-Winkels ϑ_B wird die Abbildung 4.1 im Bereich von 50° bis 70° vergrößert, was nochmals in Abbildung 4.2 dargestellt wurde. Aus der Abbildung wird der Brewster-Winkel, bei dem die Spannung (also auch die Intensität) verschwindet, zu

$$\vartheta_B = (60 \pm 8)^\circ$$

abgelesen. Der große Fehler kommt zustande, da der Fehlerbalken des Messwertes zu $\alpha = 52.5^\circ$ immer noch die Abszisse schneidet (siehe dazu auch Abschnitt 5.2). Mit diesem Wert kann nach Gleichung (2.3) der Brechungsindex n_2 vom Glasprisma bestimmt werden. Mit der Näherung für Luft $n_1 \approx 1$ erhält man somit

$$n_2 = \tan(\vartheta_B)$$

mit Fehler nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung von

$$\sigma_{n_2} = \sigma_{\vartheta_B} (\tan^2(\vartheta_B) + 1).$$

Damit wird der Brechungsindex vom Glasprisma zu

$$n_2 = 1.7 \pm 0.6$$

berechnet, wobei hier der Fehler des Brewster-Winkels in Bogenmaß umgerechnet werden muss.

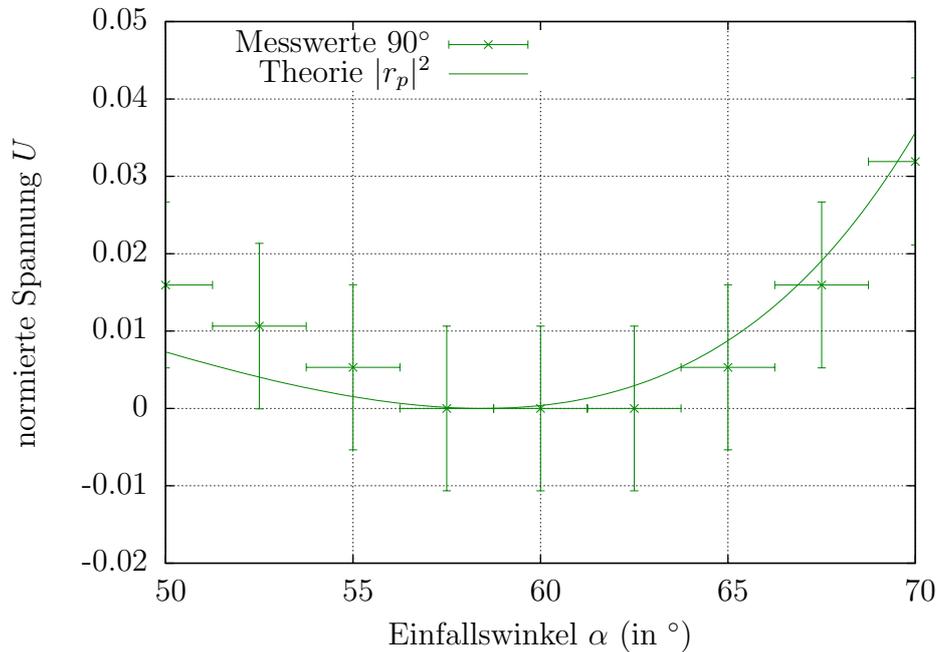


Abbildung 4.2: Aufgetragen ist in grün ein vergrößerter Ausschnitt der normierten Spannungen U gegenüber dem Einfallswinkel α für die Polarisatorstellung 90 und der theoretische Verlauf von $|r_p|^2$ nach Gleichung (4.2).

4.3 Drehung der Schwingungsebene

Da bei dem Versuch der Analysator P_2 genau in die falsche Richtung gedreht wurde, werden alle Messwerte mit -1 multipliziert. Der Polarisator P_1 war bereits auf 45° gestellt und man ist an der wirklichen Drehung ε der Schwingungsebene interessiert. Deshalb rechnet man den gemessenen Winkel γ nach

$$\varepsilon = \gamma - 45^\circ$$

um (siehe dazu auch Abbildung 2.1b). Anschließend werden zu den Messwerte, bei denen auf der anderen Seite des Analysators P_2 die Messung fortgeführt wurde (siehe dazu Abschnitt 3.3) 180° addiert, da dies für die Polarisationsrichtung keinen Unterschied macht und so alle Messpunkte zwischen 0° und 90° liegen. Durch all diese Rechnungen werden die Fehler jedoch nicht verändert.

Die so ermittelten Winkel ε werden über den Einfallswinkeln α in Abbildung 4.3 aufgetragen. Dabei ist die Fehlerfortpflanzung des Einfallswinkels analog zu Abschnitt 4.1. Die Theoriekurve berechnet sich mit Gleichung (2.4), dem Brechungsindex $n_2 = 1.63$ [6]

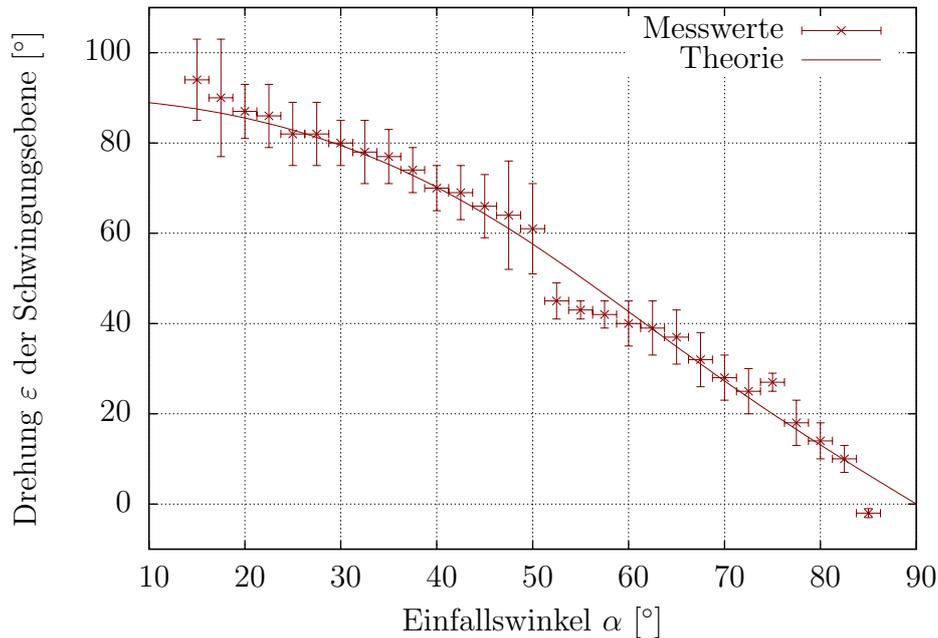


Abbildung 4.3: Aufgetragen ist in rot die Drehung ε der Schwingungsebene gegenüber dem Einfallswinkel α . Die Theoriekurve berechnet sich nach Gleichung (4.3). Deutlich zu erkennen ist der Sprung bei $\alpha \approx 50^\circ$ (siehe dazu Abschnitt 5.2).

für das Prisma und der Beziehung $\varepsilon = \gamma - 45^\circ$ zu

$$\varepsilon = \arctan \left[-\frac{\cos \left(\alpha - \arcsin \left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2} \right) \right)}{\cos \left(\alpha + \arcsin \left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2} \right) \right)} \right] - 45^\circ. \quad (4.3)$$

4.4 Bestimmung des Brechungsindex

Geht man zurück zur Gleichung (2.4) und setzt $\gamma = \varepsilon + 45^\circ$ ein, so erhält man

$$\tan(\varepsilon + 45^\circ) = -\frac{\cos \left(\alpha - \arcsin \left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2} \right) \right)}{\cos \left(\alpha + \arcsin \left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2} \right) \right)}.$$

Für den Winkel $\varepsilon = 45^\circ$ bemerkt man, dass $\tan(\varepsilon + 45^\circ) \rightarrow \infty$. Daraus folgt, dass der Kosinus im Nenner gegen null gehen wird und somit für den Einfallswinkel α

$$\begin{aligned} \alpha + \arcsin \left(\frac{\sin(\alpha)}{n_2} \right) &= 90^\circ \\ \Rightarrow n_2 &= \tan(\alpha). \end{aligned} \quad (4.4)$$

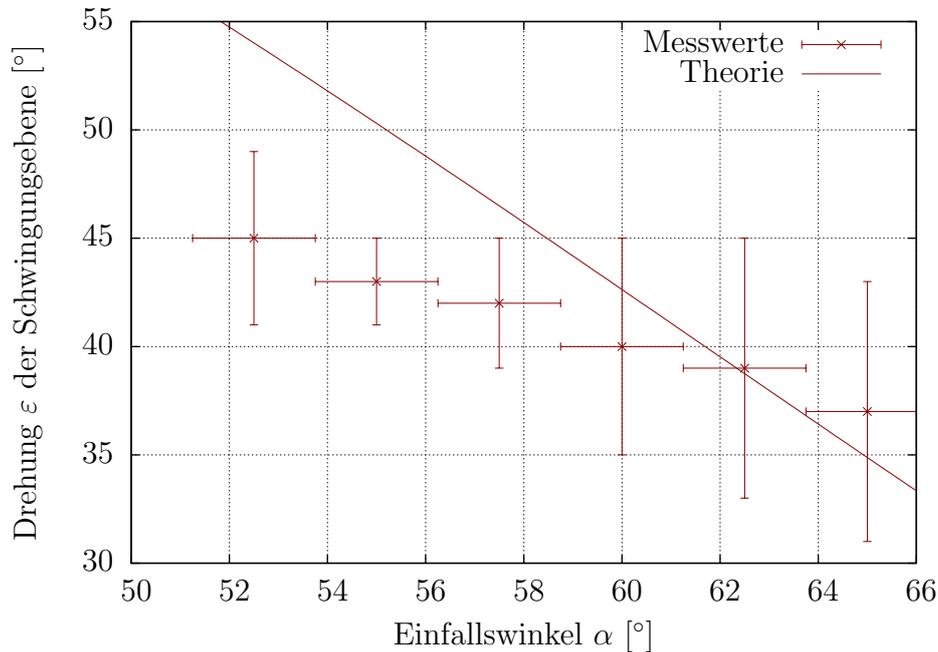


Abbildung 4.4: Aufgetragen ist in rot die Drehung ε der Schwingungsebene gegenüber dem Einfallswinkel α für einen vergrößerten Ausschnitt. Die Theoriekurve berechnet sich nach Gleichung (4.3).

Daraus identifiziert man mithilfe der Gleichung (2.3) den Winkel α als den Brewster-Winkel.

Um nun den Einfallswinkel α bei $\varepsilon = 45^\circ$ zu bestimmen, wird die Abbildung 4.3 im Bereich des Einfallswinkels von 50° bis 66° vergrößert, was nochmals in Abbildung 4.4 dargestellt wurde. Der Einfallswinkel wird zu

$$\alpha = (53 \pm 10)^\circ$$

abgelesen. Der große Fehler kommt zu Stande, da der Fehlerbalken des Messwertes zu $\alpha = 62.5^\circ$ die Gerade zum Winkel $\varepsilon = 45^\circ$ noch schneidet (siehe dazu auch Abschnitt 5.2). Mit Gleichung (4.4) lässt sich daraus der Brechungsindex berechnen. Der Fehler ergibt sich nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_{n_2} = \sigma_\alpha (\tan^2(\alpha) + 1).$$

Damit wird der Brechungsindex vom Glasprisma zu

$$n_2 = 1.3 \pm 0.5$$

berechnet, wobei hier der Fehler des Winkels α in Bogenmaß umgerechnet werden muss.

5 Diskussion

5.1 Vergleich der Ergebnisse

Zuerst werden die Theoriekurven aus den Abschnitten 4.1 und 4.3 mit den Messwerten verglichen. In Abbildung 4.1 sieht man, dass die Theoriekurve — bis auf einige wenige kleine Ausreißer — sehr gut mit den Messwerten übereinstimmt. Die Kurve verläuft dabei fast ausschließlich durch die Fehlerbalken. Besonders in Abbildung 4.2 sieht man, dass vor allem die Kurve zur Polarisatorstellung 90 ausgezeichnet zu den Messwerten passt.

In Abbildung 4.3 sieht man, dass die Theoriekurve vor allem für kleine Einfallswinkel α noch gut mit den Messwerten übereinstimmt. Um die 50° ist ein deutlicher Sprung zu sehen und die Messwerte zu $\alpha = 75^\circ$ und $\alpha = 85^\circ$ fallen erheblich aus den anderen Werten und der Theoriekurve heraus. Mehr dazu in Abschnitt 5.2.

	Brechungsindizes
mit Brewster-Winkel	1.7 ± 0.6
mit Schwingungsebene	1.3 ± 0.5
Literaturwert [6]	1.63

Tabelle 5.1: Vergleich der Brechungsindizes.

In Tabelle 5.1 sind die Brechungsindizes aus den beiden Auswertungsteilen gegenübergestellt. Aufgrund der großen Fehler liegt der Literaturwert in der 1σ -Umgebung der beiden experimentell bestimmten Indizes. Allerdings lassen sich diese Werte kaum weiter verwenden, da bei ihnen viel zu große Unsicherheiten vorliegen und diese Brechungsindizes fast jedes Material beschreiben könnten.

5.2 Mögliche Messfehler

Der erste große Fehler, der auffällt, ist das große Fehlerintervall des Brewster-Winkels in Abschnitt 4.1. Hier konnte dieser nur auf eine Genauigkeit von 8° ermittelt werden. Dies könnte freilich eine viel zu großzügige Abschätzung gewesen sein. Hätte man sich nur auf eine kleine Umgebung um den Brewster-Winkel konzentriert und die Fehler entsprechend geringer gewählt hätte, so würde aufgrund der Fehlerfortpflanzung auch der Fehler des Brechungsindizes deutlich geringer ausfallen.

Ebenso verhält es sich mit der Bestimmung des Brechungsindizes über die Drehung der Schwingungsebene. Auch hier wurde ein großes Fehlerintervall gewählt. Dies liegt

jedoch auch an einem Fehler in der Durchführung. Da wurde — nicht wie in Abschnitt 3.3 beschrieben — zeitig auf der anderen Seite des Analysators die Messung fortgeführt, sondern so lange es ging auf der einen Seite gemessen. Dies führt dazu, dass man in Abbildung 4.3 einen deutlichen Sprung bei 50° erkennt. Dort wurde die Seite des Analysators gewechselt. Dieser systematische Fehler führt zu einem falschen Wert des Brewster-Winkels und somit auch für den Brechungsindex, der viel zu klein ist. Hier wurde genau an der entscheidenden Stelle unsauber gemessen!

Hinzu kommen noch einige kleinere systematische Fehler, die während der Durchführung auffielen und hier kurz erwähnt werden.

1. Selbst nach der Aufwärmzeit von 15 Minuten erwärmte sich der Messverstärker über einen weiten Teil des Versuches hin. Dies führte unter anderem dazu, dass sich die Nulllage von anfangs 0 V immer weiter verschob, bis sie sich ab Mitte des Versuches bei etwa -0.05 V einpendelte. Dies führt unweigerlich zu Schwankungen bei der abgelesenen Spannung. Vor allem beim Brewster-Winkel und dem Ermitteln des Minimums beim Analysator fallen kleine Abweichungen rund um die Nulllage stark ins Gewicht.
2. Dadurch, dass sich der Prisentisch bei der Drehung nicht mitbewegte und ständig nachkorrigiert wurde, war es schwer, ständig die Öffnung der Leuchtdiode ganz zu treffen. Sollte dies mal nicht gelungen sein, so ist direkt ein Abfall der Spannung zu beobachten.
3. Das $\lambda/4$ -Plättchen sollte eigentlich dafür sorgen, dass die Intensitäten unabhängig der Polarisationsrichtung annähernd konstant sind. Bei der Referenzmessung wurde jedoch für die Polarisatorstellung 0 eine Spannung von 3.05 V und für die Polarisatorstellung 90 eine Spannung von 1.83 V gemessen, dies ist fast die Hälfte. Auch wenn anschließend mit diesem Wert normiert wurde, wirkt es sich auf die Messwerte und Fehlerintervalle aus.

5.3 Mögliche Optimierungen

Eine Verbesserung des Versuches könnte es sein, neben der eigentlichen Versuchsreihe noch eine Weitere hinzuzufügen. Diese könnte daraus bestehen, den Brewster-Winkel durch kontinuierliches Drehen der Fotodiode zu bestimmen. Dazu wird mehrere Male der Winkel φ (siehe Abbildung 3.1) bestimmt, bei der die Spannung für die Polarisatorstellung 90 verschwindet. Dadurch wird der Fehler minimiert, der entspricht dann nämlich dem Winkelfehler des Schwenkarms.

Sollte dies nicht möglich sein, so wäre zumindest ein Fit über den Brechungsindex bei der Fresnelschen Formel (4.2) möglich. Dieser würde einen Fehler ausgeben, der sicherlich kleiner als der hier angegebene ist.

Literatur

- [1] „Initiationsriten“, *Vikings*, Staffel 1, Folge 1, History Television, Kanada/Irland, 2013.
- [2] Dieter Meschede (Hrsg.), *Gerthsen Physik*, Springer Berlin Heidelberg, 25. Auflage, 2015.
- [3] Wolfgang Demtröder, *Experimentalphysik 2 – Elektrizität und Optik*, Springer Berlin Heidelberg, 6. Auflage, 2013.
- [4] Grant R. Fowles, *Introduction to Modern Optics*, Dover Publications, INC., New York, 2. Auflage, 1975.
- [5] Wolfgang Zinth, Ursula Zinth, *Optik: Lichtstrahlen – Wellen – Photonen*, De Gruyter Oldenbourg, 4. Auflage, 2013.
- [6] Jörn Große-Knetter, Peter Schaaf, *Das Physikalische Praktikum Bd. II*, Univeritätsdrucke Göttingen, 2016.

