

GRUNDPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 23
Zeeman-Effekt

Praktikanten: Jonas Isensee

Lennart Jahn

E-Mail: jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de

l.jahn@stud.uni-goettingen.de

Betreuerin: Captain Hook

Datum: 15.06.2017

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Auswertung	3
2.1	Übergänge und Zustände	3
2.2	Theoretische Erwartung der Energiedifferenzen	4
2.2.1	Normaler Zeeman-Effekt	4
2.2.2	Anomaler Zeeman-Effekt	4
2.3	Bestimmung von μ_B	5
2.4	Bestimmung der Proportionalitätskonstante κ	7
2.5	Interpretation der Polarisierung	8
3	Diskussion	9
3.1	Aufbau	9
3.2	Ergebnisse	9

1 Einleitung

1896 beobachtete Pieter Zeeman eine Verbreiterung der Natrium D-Linien, als er Natrium in einem Magnetfeld mit einem Spektrometer untersuchte. Das spektrale Auflösungsvermögen seiner Messapparatur war nicht hoch genug, um zu erkennen, dass sich in Wahrheit die Linien aufspalteten. In diesem Versuch soll der nach ihm benannte Zeeman-Effekt (die Aufspaltung von Spektrallinien durch ein Magnetfeld) genauer untersucht werden. Wir verwenden dafür ein Fabry-Perot-Interferometer, das uns das Auflösungsvermögen verleiht, das Zeeman damals noch nicht hatte.

2 Auswertung

2.1 Übergänge und Zustände

In Tabelle 1 sind alle Zustände der am Versuch beteiligten optischen Übergänge und die resultierenden Quantenzahlen aufgelistet.

Zustand	n	J	L	S
3^1D_2	3	2	2	0
2^1P_1	2	1	1	0
2^3S_1	2	1	0	1
2^3P_2	2	2	1	1

Tabelle 1: Übersetzung der Zustände in Quantenzahlen.

Der Übergang von 3^1D_2 zu 2^1P_1 entspricht der Linie, an der der normale Zeeman-Effekt beobachtet wird. Da in beiden Zuständen der Gesamtspin 0 ist, kann auch nur der normale Zeeman-Effekt auftreten. Der zur Emission eines Photons benötigte Drehimpuls wird durch $\Delta L = -1$ zur Verfügung gestellt. Beim Übergang von 2^3S_1 zu 2^3P_2 ist der Gesamtspin nicht null. Es wird also anomaler Zeeman-Effekt beobachtet. Für den Drehimpuls gilt $\Delta L = 1$. Damit sind in beiden Fällen die optischen Auswahlregeln erfüllt. Die Änderungen der jeweiligen Quantenzahlen sind in Tabelle 2 nochmal übersichtlich dargestellt.

Aus der Formel für den Landé-Faktor g_j ,

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)},$$

ergeben sich für die beiden Zustände des anomalen Zeeman-Effekts die g_j zu:

$$g_1 = 2 \qquad g_2 = 1.5 \qquad (1)$$

Übergang	ΔJ	ΔL	ΔS
$3^1D_2 \rightarrow 2^1P_1$	-1	-1	0
$2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$	+1	+1	0

Tabelle 2: Änderung der Quantenzahlen bei den beobachteten Übergängen zur Überprüfung der Dipolauswahlregeln.

2.2 Theoretische Erwartung der Energiedifferenzen

2.2.1 Normaler Zeeman-Effekt

Beim normalen Zeeman-Effekt spaltet sich eine Spektrallinie äquidistant auf. Der Unterschied ΔE_{pot} in den Bindungsenergien lässt sich aus der Änderung der Magnetquantenzahl m , dem Bohrschen Magneton $\mu_B := \frac{e\hbar}{2m_e}$ und der Flussdichte B des angelegten Feldes bestimmen. Da in optischen Übergängen immer $\Delta m = \pm 1, 0$ gilt, ist $\Delta E_{\text{pot}} = 0$ oder

$$\Delta E_{\text{pot}} = \pm \mu_B B. \quad (2)$$

2.2.2 Anomaler Zeeman-Effekt

Beim anomalen Zeeman-Effekt spielt auch der Spin eine Rolle. Die Landé-Faktoren der einzelnen Zustände unterscheiden sich nun. Deshalb werden die Energieniveaus zwar für sich noch äquidistant aufgespalten, aber um verschiedene Werte (wegen unterschiedlicher g_j). So ergeben sich mehr Linien. Die Formel für die Energien der Aufspaltung lautet jetzt:

$$\Delta E_{\text{pot}} = g_j \mu_B m_j B \quad (3)$$

Dabei ist $m_j = m \pm s$ die Magnetquantenzahl des Gesamtdrehimpulses, eine beliebige Zahl mit $|m_j| < l + \frac{1}{2}$. Nach Anwendung der g_j aus (1) und Selektion durch die optischen Auswahlregeln ergeben sich für ΔE in unserem Fall sechs Möglichkeiten. Die Aufspaltung der Energieniveaus ist zum besseren Nachvollziehen der Auswahlregeln in Abbildung 1 schematisch dargestellt. Berechnet man aus allen diesen erlaubten Übergängen die ΔE , so ergeben sich sechs mögliche Werte:

$$\Delta E = \pm 0.25\mu_B B, \quad \pm 1.25\mu_B B, \quad \pm 1.75\mu_B B \quad (4)$$

Sie sind alle von der Form $\Delta E = \kappa \mu_B B$.

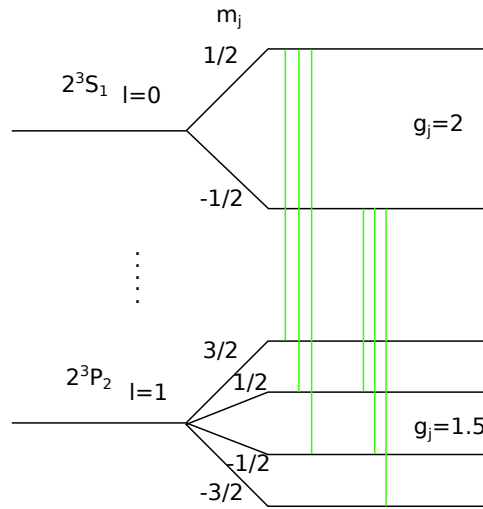


Abbildung 1: Nicht maßstabsgetreue, schematische Zeichnung der Aufspaltung der Energieniveaus beim anomalen Zeeman-Effekt.

2.3 Bestimmung von μ_B

Die Messungen des normalen Zeeman-Effekts, also der roten Linie in transversaler Beobachtung, werden nun verwendet, um das Bohrsche Magneton μ_B zu bestimmen. Dazu wird gemäß folgender Formel die Energiedifferenz ΔE der Aufspaltung berechnet:

$$\Delta E_{1,2} = hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \approx \frac{hc}{2nl} \left(\frac{r_{2,1}^2}{r_{2,1}^2 - r_{1,1}^2} - \frac{r_{2,2}^2}{r_{2,2}^2 - r_{1,2}^2} \right),$$

$$\sigma_{\Delta E_{1,2}}^2 = \sigma_r^2 \left[\left(\frac{1}{r_{11}^2 - r_{21}^2} + \frac{r_{21}^2}{(r_{11}^2 - r_{21}^2)^2} \right)^2 + \left(\frac{1}{r_{12}^2 - r_{22}^2} + \frac{r_{22}^2}{(r_{12}^2 - r_{22}^2)^2} \right)^2 + \frac{r_{21}^4}{(r_{11}^2 - r_{21}^2)^4} + \frac{r_{22}^4}{(r_{12}^2 - r_{22}^2)^4} \right]$$

mit der Planckkonstante h , der Lichtgeschwindigkeit c , dem Brechungsindex n , der Länge l des Kristalls und $r_{i,j}$ den Radien der Beugungskreise der i . Ordnung der Linie j . Die Quadrate der Radien liegen schon in den Fotos (siehe Abbildung 2) vor, da der Flächeninhalt der eingezeichneten Kreise angezeigt wird.

Nun wird noch B aus dem angelegten Strom berechnet. Dafür gab es eine Grafik anhand derer jedem Strom eine magnetische Flussdichte zugeordnet wird. Dies war aber nur sehr ungenau abzulesen und daher wurde die Unsicherheit von B zu $\sigma_B = 0.02$ T abgeschätzt. Dagegen sind die Fehler von ΔE sehr klein und werden vernachlässigt.

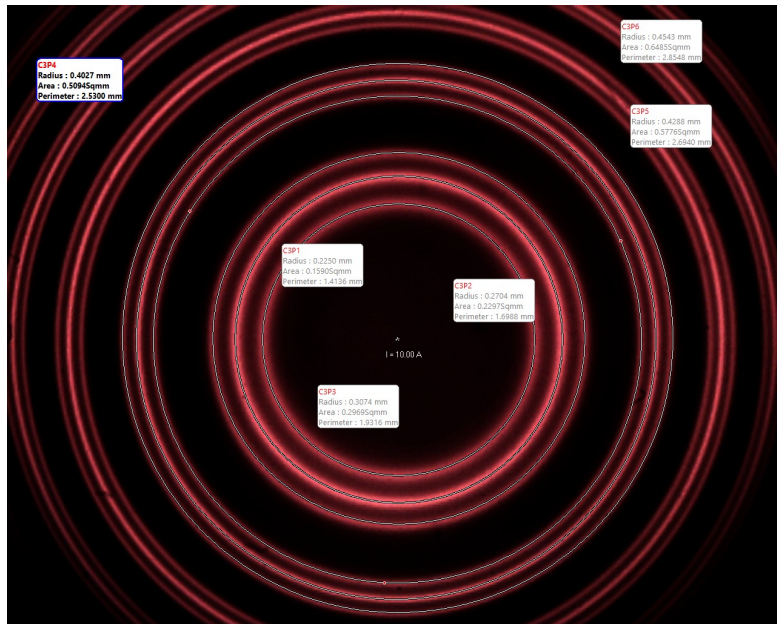


Abbildung 2: Bild der CCD-Kamera für den normalen Zeeman-Effekt.

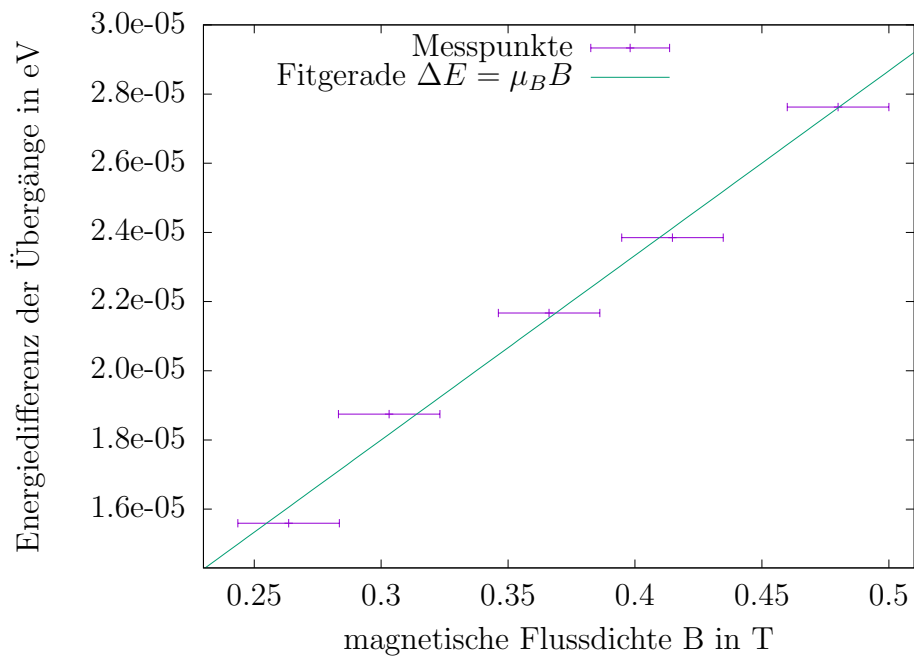


Abbildung 3: Hier ist die energetische Aufspaltung der Linien in Abhängigkeit von dem angelegten Magnetfeld aufgetragen. An die Messpunkte wurde mit gnuplot eine Gerade gefittet. Es ist $\Delta E = B \cdot (5.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{T}} + (2 \pm 1) \cdot 10^{-6} \text{ eV}$.

Zur Bestimmung von μ_B wurde in Abb. 3 ΔE über B für alle Messpunkte aufgetragen. Der funktionale Zusammenhang ist nach Gleichung (2) das Bohrsche Magneton μ_B . Mit einer linearen Regression wurde bestimmt, dass

$$\mu_B = (5.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{T}}.$$

2.4 Bestimmung der Proportionalitätskonstante κ

Die Messwerte zu den grünen Emissionslinien sollen nun verwendet werden, um unter Annahme von μ_B die Proportionalitätskonstante κ aus (4) zu bestimmen. Theoretisch hätten dabei sechs verschiedene Linien zu erkennen sein sollen. Dies war nicht der Fall. Daher wird diese Berechnung nur einmal für das einzige sichtbare Linienpaar durchgeführt. In Abb. 4 wurden aus den verschiedenen Aufnahmen bei unterschiedlichen Magnetfeldstärken jeweils ΔE berechnet. Durch die Punkte wurde eine Gerade der Form $f(x) = a x$ gefittet, sodass der Parameter a direkt κ entspricht.

Der Fitparameter ist $a = 1.24 \pm 0.05$, also ist mit großer Sicherheit davon auszugehen, dass ein Übergang mit $\kappa = \pm 1.25$ beobachtet wurde.

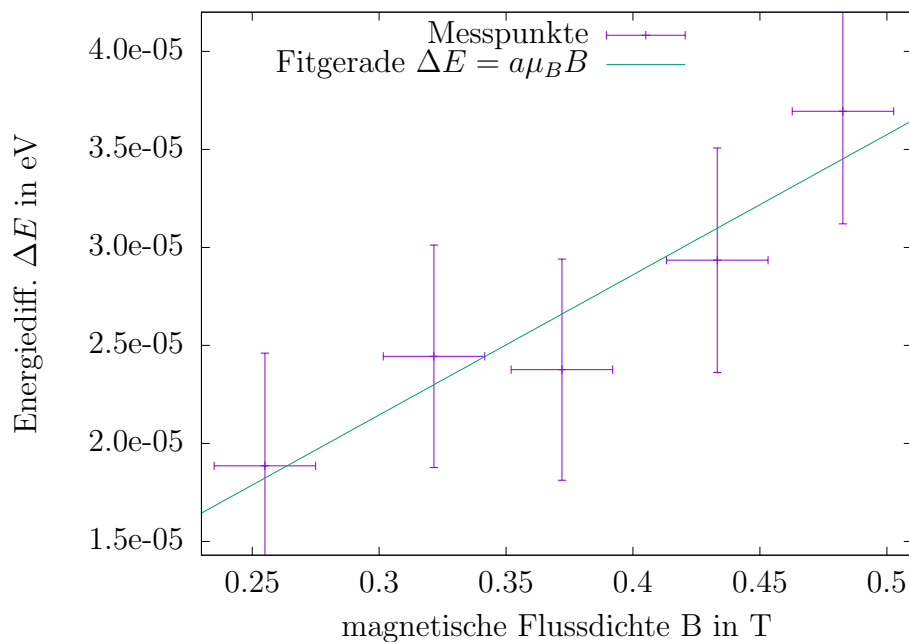
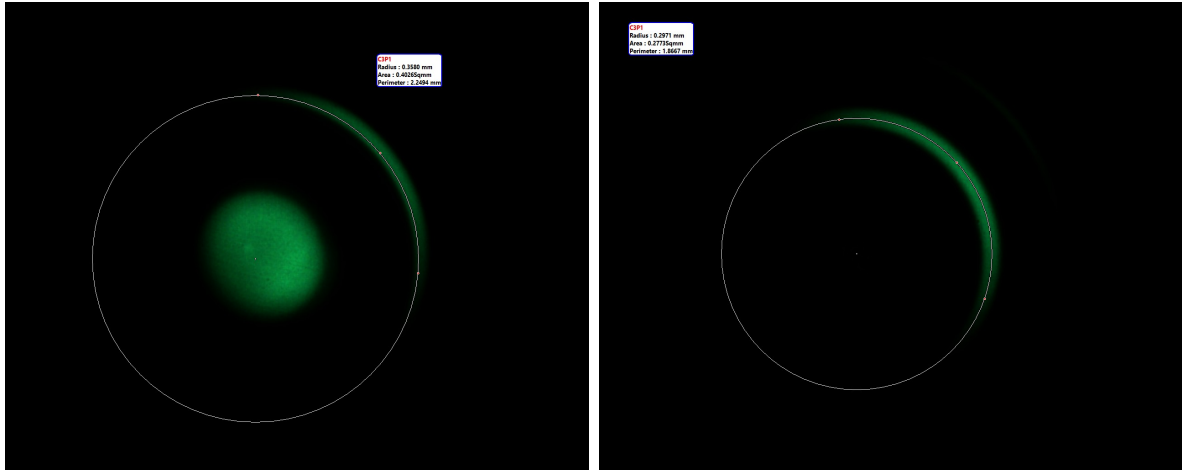


Abbildung 4: In dieser Grafik ist die Energiedifferenz zwischen den verschobenen und der unverschobenen Linien in Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld dargestellt. Zur Bestimmung von κ wurde an die Werte die Gleichung $\Delta E(B) = a\mu_b B$ mit dem freien Parameter a gefittet. Es ist $a = 1.24 \pm 0.05$.



(a) Nach Außen verschobene Linie.

(b) Nach Innen verschobene Linie.

Abbildung 5: Zirkular polarisierte Linien.

2.5 Interpretation der Polarisation

In transversaler Betrachtung wurden noch einmal alle Linien mit einem linearen Polarisationsfilter beobachtet. Für das rote Linientriplett ergab sich, dass die beiden äußeren Linien vertikal ($0 \geq$) und die mittlere horizontal ($90 \geq$) linear polarisiert waren. Mit dem Modell der Ersatzelektronen für den Zeeman-Effekt wird klar, dass für die mittlere Linien gilt $\Delta m_j = 0$. Für die beiden anderen Linien gilt $\Delta m_j \pm 1$. Aus Gleichung (3) folgt zusätzlich, dass für $\Delta m_j = +1$, also $m_j = -1 \rightarrow m_j = 0$, die Übergangsenergie kleiner ist als die für $\Delta m_j = -1$. Es gilt also:

$$\begin{array}{l|l} \text{innerer Ring} & \Delta m_j = -1 \\ \text{unveränderter Ring} & \Delta m_j = 0 \\ \text{äußerer Ring} & \Delta m_j = 1 \end{array}$$

Die gleiche Argumentation funktioniert auch für die grünen Linien. Es hätten vier verschiedene Linien beobachtet werden sollen. Stattdessen konnte nur ein Linienpaar (nach innen und außen verschoben) identifiziert werden. Die Lichtintensität des Aufbaus wurde während dieser Messung sehr schwach, sodass sogar nur ein Teil der Linie sichtbar war (siehe Abbildung 5). Es ergibt sich die folgende Zuordnung:

$$\begin{array}{l|l} \text{innerer Ring} & \Delta m_j = -1 \\ \text{äußerer Ring} & \Delta m_j = 1 \end{array}$$

3 Diskussion

3.1 Aufbau

Bei der Untersuchung der grünen Linien wurde deutlich, dass die Auflösung unseres Fabry-Perot Interferometers sehr niedrig war. Dies ist vermutlich kein Konstruktionsfehler, sondern eher ein Problem mit schlechter Justierung. Der Versuchsbeschreibung war nicht zu entnehmen, wie genau die Linsen auf der Schiene positioniert werden mussten. Das konnte also nur durch Ausprobieren geschehen. Ein weiteres Problem war, dass die Linsen, das Interferometer und die Kamera sich leicht aus der optischen Achse verdreht haben. Das führte zu nur teilweise scharfen Bildern und stark unterschiedlicher Helligkeit auf den Bildern. Außerdem war nicht jede scharf abbildende Konfiguration sinnvoll, da manchmal nicht genügend Licht auf dem Sensor ankam um die Daten auszuwerten.

Auch die Messsoftware war nicht sonderlich stabil. Manche angeblichen Funktionen des Programms brachten es schlichtweg zum Abstürzen.

Ein weiterer Grund für die Unsicherheit der Magnetfelder war eine fehlende genaue Angabe. Statt einer Funktion oder einem Messgerät war ein Blatt Papier mit einem Plot gegeben. Auf diesem war das Magnetfeld über dem Spulenstrom aufgetragen. Dieses Blatt musste dann verwendet werden, um z.B. mit dem Lineal die entsprechenden Magnetfelder unserer Messungen abzulesen.

Trotz der diversen Schwierigkeiten, die uns der Aufbau bereitet hat, sind die Ergebnisse, die wir berechnen konnten durchaus realistisch (1 bis 2σ -Bereich). Das macht deutlich, dass dieser Aufbau rein prinzipiell durchaus zur Beobachtung dieser Effekte geeignet ist. Insbesondere ist das Fabry-Perot Interferometer nötig um so kleine Änderungen in der Wellenlänge auflösen zu können.

3.2 Ergebnisse

Mithilfe eines Fits wurde aus dem normalen Zeeman-Effekt das Bohrsche Magneton bestimmt. Der Wert ist $\mu_{B,\text{Fit}} = (5.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{T}}$.

Der Literaturwert $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{T}}$ liegt im 2σ Bereich des berechneten Ergebnisses.

In Abschnitt 2.4 wurde für den Anomalen Zeeman-Effekt die Proportionalitätskonstante zwischen ΔE und $\mu_B B$ bestimmt. Theoretisch wurde hervorgesagt, dass dieser Faktor die Werte $\kappa = \pm 0.25, \pm 1.25, \pm 1.75$ annehmen kann. Wie bereits diskutiert, wurden nicht alle erwarteten Linien aufgrund mangelnder Auflösung beobachtet. Für das Linienpaar, das doch beobachtet wurde, wurde der Faktor zu $\kappa = 1.24 \pm 0.05$ bestimmt. Da der Faktor $\kappa = \pm 1.25$ als einziger im 1σ Intervall des Messwerts liegt, kann angenommen werden, dass dies der tatsächliche Wert für den Übergang ist.