

Versuch 12

Ultraschallwellen

Praktikanten: Jonas Isensee

Lennart Jahn

E-Mail: jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de

l.jahn@stud.uni-goettingen.de

Betreuer: Tom Taylor

Datum: 17.11.2016

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Elastizitätsmodul und Poissonzahl	3
2.2	Torsionsmodul	3
2.3	Longitudinale und Transversale Wellen	3
2.4	Snelliussches Brechungsgesetz	4
3	Durchführung	5
4	Auswertung	6
4.1	Messergebnisse	6
4.2	Totalreflexion	8
4.3	Maximum der Amplitude der Transversalwelle	8
5	Diskussion	10
	Literatur	11

1 Einleitung

Mit Ultraschall bezeichnet man Schall, dessen Frequenz so hoch ist, dass er von uns Menschen nicht mehr wahrgenommen wird. Ultraschall findet sowohl in der Medizin als auch Technik viel Anwendung. Eine Besonderheit von Schall in Festkörpern ist, dass er nicht ausschließlich als longitudinale, sondern auch als transversale Welle auftritt. Ziel dieses Experiments ist es, die Schallgeschwindigkeit der jeweiligen Wellentypen zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Elastizitätsmodul und Poissonzahl

Im Rahmen dieses Experimentes werden Festkörper als verformbar angenommen. Wirkt eine Kraft senkrecht auf die Oberfläche des Körpers, so entsteht eine Spannung und der Körper verformt sich. Im Allgemeinen ist das ein nicht-lineares Phänomen, aber für sehr kleine Streckungen und Stauchungen ΔL , lässt sich die Rückstellkraft F linear nähern. Dann gilt das Hookesche Gesetz: ([2] S.167)

$$F = EA \frac{\Delta L}{L}.$$

Dabei ist A die Querschnittfläche und L die gesamte Länge des Körpers. E ist das Elastizitätsmodul des Stoffes, also ein charakteristisches Maß für die Verformbarkeit des Stoffes. Allgemeiner lässt sich dies mit $\sigma = F/A$ und $\epsilon = \Delta L/L$ schreiben als $\sigma = E\epsilon$. Wird ein Körper gestreckt, so tritt außerdem eine Querkontraktion auf. Um dieses Phänomen zu berücksichtigen, wird die Poissonzahl μ eingeführt, die als $\mu = \frac{-\Delta d}{d} \frac{1}{\epsilon}$ definiert ist.

2.2 Torsionsmodul

Die angreifende Kraft kann allerdings auch parallel zur Oberfläche des Körpers wirken. Das erzeugt Scherkräfte, die den Körper ebenfalls verformen. Diese Verformung ist ebenfalls stoffspezifisch und zur Beschreibung wird das Torsionsmodul G definiert.

2.3 Longitudinale und Transversale Wellen

Aus der linearen Rückstellkraft in Abschnitt 2.1 lässt sich eine Wellengleichung für die Ausbreitung im Feststoff mit der Auslenkung ξ , der Dichte ρ und den Orts-/Zeitkoordinaten z, t herleiten: (Quelle : [2] S.375)

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}.$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der longitudinalen Welle ist dann offensichtlich

$$v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Dabei wurde allerdings noch nicht die Querkontraktion berücksichtigt. Besser ist der korrigierte Ausdruck: (Quelle : [2] S.375)

$$v_L = \sqrt{\frac{E(1 - \mu)}{\rho(1 + \mu)(1 - 2\mu)}}. \quad (1)$$

Scherkräfte erzeugen ebenfalls eine Welle, aber die Auslenkungen sind dabei quer zur Ausbreitungsrichtung der Welle. Sie heißt daher transversale Welle und es gilt die Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$v_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (2)$$

2.4 Snelliussches Brechungsgesetz

Trifft eine Welle auf eine Grenzfläche zwischen zwei Medien, so wird ein Teil von ihr reflektiert und der andere Teil transmittiert. Im Allgemeinen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit in den beiden Medien verschieden. Anschaulich bewirkt dies, nach dem Huygenschen Prinzip der Elementarwellen und Wellenfronten, eine Richtungsänderung der Welle an der Grenzfläche. Quantitativ wird diese durch das Snelliussche Brechungsgesetz beschrieben: ([1] S.389)

$$\frac{v_T}{v_F} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

Im ersten Medium, einer Flüssigkeit, breitet sich die Welle mit der Geschwindigkeit v_F in eine Richtung mit dem Winkel α zum Lot der Grenzfläche aus. Im Festkörper hat die transmittierte Welle dann die Geschwindigkeit v_T und den Winkel β zum Lot der Grenzfläche. Es ist zu beachten, dass v_T noch verschiedene Werte für longitudinale und transversale Wellen annimmt. Somit lässt sich der Winkel α_{\max} der maximalen Amplitude der transmittierten Welle durch den Ausdruck

$$\sin \alpha_{\max} = \frac{v_F}{v_T} \sin 45^\circ = \frac{v_F}{\sqrt{2}v_T} \quad (3)$$

berechnen. Im folgenden Experiment wird angenommen, dass $v_T > v_F$ gilt. Dann lässt sich aus dem Brechungsgesetz noch der Winkel α_{tot} für die Totalreflektion ($\beta = 90^\circ$) ableiten:

$$\sin \alpha_{\text{tot}} = \frac{v_F}{v_{T,L}} \sin 90^\circ = \frac{v_F}{v_{T,L}}. \quad (4)$$

3 Durchführung

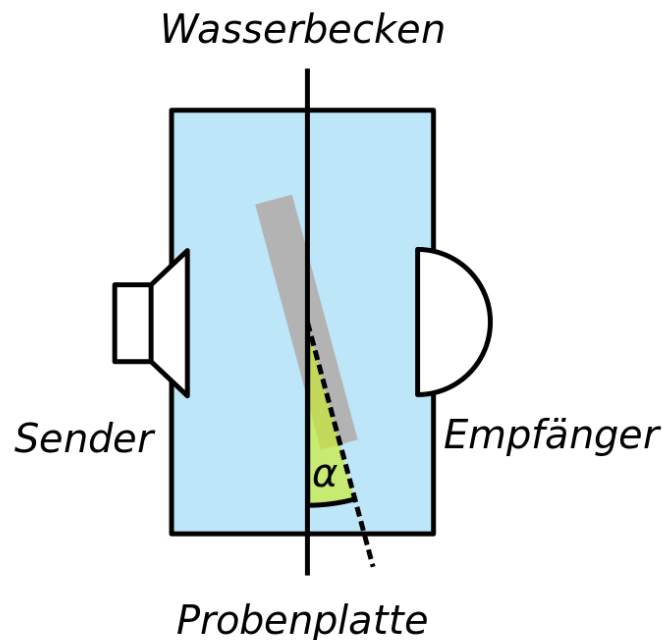


Abbildung 1: Dies ist eine schematische Darstellung des Aufbaus. Zu sehen ist das Wasserbecken mit den Ultraschallsonden an beiden Seiten, sowie einer Probenplatte im Wasser. Erkennbar ist außerdem, wie im späteren Verlauf die Winkel gemessen werden sollen. Quelle: [5]

Der Aufbau des folgenden Experiments ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt. Es sollen die Schallgeschwindigkeiten longitudinaler und transversaler Wellen in Polyacryl und Aluminium bestimmt werden.

Zunächst wird das Wasserbecken gefüllt und die Ultraschallsonden auf gegenüberliegenden Seiten des Beckens, wie in Abb. 1, angebracht und an den RECEIVER bzw. TRANSMITTER Ausgang des Betriebsgeräts angeschlossen. Es ist darauf zu achten, dass die Sonden vollständig unterhalb der Füllhöhe des Wasser angebracht sind. Dann wird die Polyacrylscheibe mittig zwischen den Sonden in das Wasser eingetaucht.

Für die Messung wird auf dem angeschlossenen PC die Software AScan gestartet. In der oberen Hälfte des Fensters wird der Zeitverlauf des Eingangssignals dargestellt. Dabei ist $t = 0$ der Zeitpunkt an dem das Ursprungssignal von der Transmitter-Sonde erzeugt wird. In der unteren Hälfte ist der Zeitverlauf der Signalverstärkung, die bei $t = 0$ sehr klein und dann möglichst hoch und zeitlich konstant sein sollte. Das lässt sich mit den Knöpfen unter TIMER-TGC einstellen. Unter dem Menüpunkt RECEIVER wird

TRANS. Eingestellt, da in diesem Experiment nur die transmittierten Wellen von Interesse sind. Anschließend wird am Betriebsgerät die Verstärkung des Receivers auf den kleinsten Wert gestellt und das Sendesignal so stark, dass das empfangene Signal gut erkennbar ist, aber die Amplituden kleiner als 1,2V sind.

Gemessen werden nun die Amplituden der transmittierten longitudinalen und transversalen Wellen in Schritten von 5° von 0° bis 90°. Ablesen lassen sich die Werte durch verschieben des eingebauten Cursors. Werden bei größeren Winkeln die Amplituden zu klein um sie vernünftig abzulesen ist die Verstärkung des Receivers zu erhöhen. Diese ist dann ebenfalls zu notieren. Wurden alle Werte für die Polyacrylplatte gemessen, ist das Experiment mit der Aluminiumplatte zu wiederholen.

4 Auswertung

4.1 Messergebnisse

Die Messergebnisse zu den Amplituden der Ultraschallwellen liegen als Spannung U_a bei gegebener Verstärkung v in dB vor. Um die realen Eingangsspannungen U_i zu bestimmen, muss die, das dB definierende, Gleichung

$$v = 10 \log \left(\frac{U_a^2}{U_i^2} \right)$$

nach U_i umgestellt werden. Es ergibt sich:

$$U_i = \sqrt{\frac{U_a^2}{10^{\frac{v}{10}}}}$$

Für den Fehler σ_{U_i} folgt damit nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_{U_i} = \sigma_{U_a} \frac{U_a}{\sqrt{U_a^2 10^{\frac{v}{10}}}}$$

Diese Ergebnisse sind in den Grafiken 2 und 3 für Polyacryl und Aluminium dargestellt. Die Amplituden sind nur dann eingetragen, wenn der entsprechende Peak vom Hintergrundrauschen zu unterscheiden war. Aus den Messwerten ist gut ersichtlich, dass die longitudinale Welle am besten transmittiert wird, wenn sie nicht gebrochen wird, die transversale Welle hingegen nur unter einem Winkel durch das Material laufen kann.

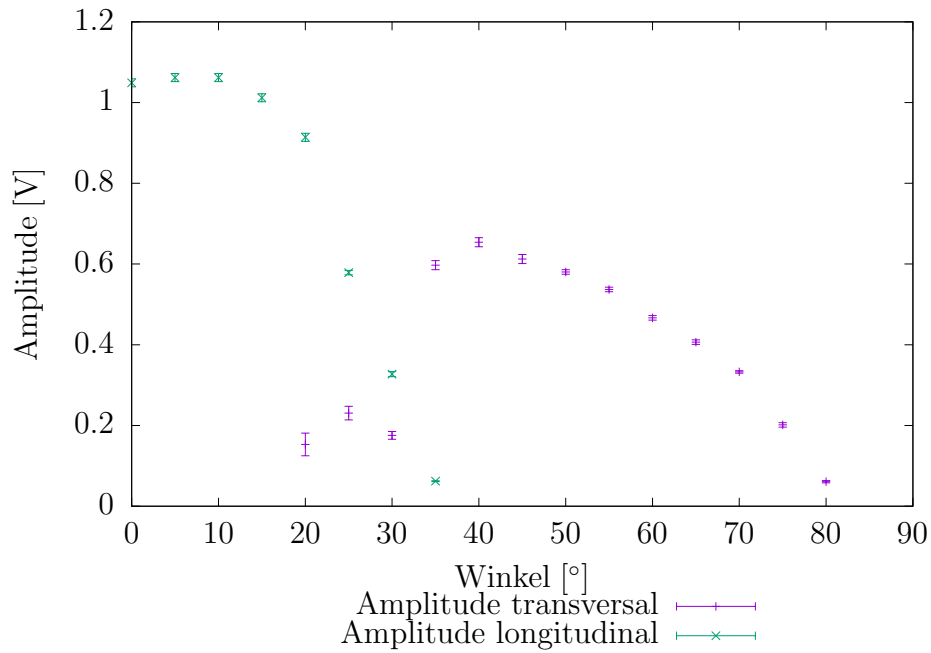


Abbildung 2: Amplituden der longitudinalen (türkis) und transversalen (violett) Ultraschallwellen in Polyacryl in Abhängigkeit vom Winkel.

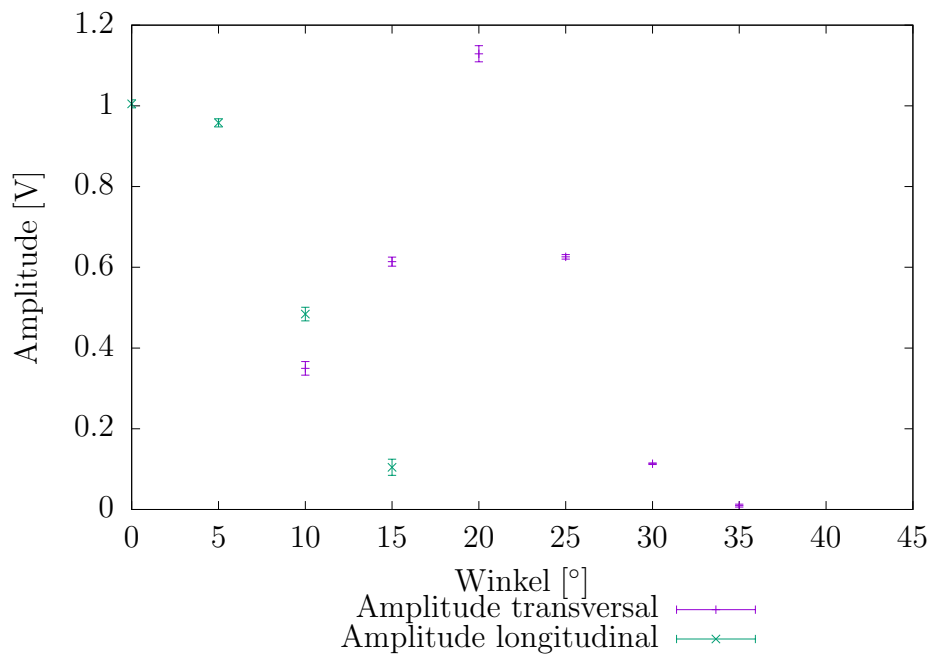


Abbildung 3: Amplituden der longitudinalen (türkis) und transversalen (violett) Ultraschallwellen in Aluminium in Abhängigkeit vom Winkel.

4.2 Totalreflexion

Aus diesen Grafiken wurden die Winkel α_{tot} bestimmt, bei denen die Totalreflexion einsetzt. Dazu wurde der Mittelwert des Winkels des letzten sichtbaren Peaks und der ersten Messung ohne erkennbaren Peak bestimmt. Der Fehler wird wegen der groben Skala und des hohen Hintergrundrauschens auf $\pm 5^\circ$ abgeschätzt. Es ergeben sich somit als Grenzwinkel der Totalreflexion:

Material	Welle	α_{tot} [°]	Fehler [°]
Polyacryl	longitudinal	37.5	± 5
Polyacryl	transversal	82.5	± 5
Aluminium	longitudinal	17.5	± 5
Aluminium	transversal	35	± 5

Tabelle 1: Grenzwinkel der Totalreflexion.

Daraus lässt sich nun, über die nach $v_{\text{T,L}}$ umgestellte Formel 4

$$V_{\text{T,L}} = \frac{v_{\text{F}}}{\sin(\alpha_{\text{tot}})},$$

die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Material bestimmen. Der Fehler $\sigma_{v_{\text{T,L}}}$ ist nach Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_{v_{\text{T,L}}} = \sigma_{\alpha_{\text{tot}}} \frac{v_{\text{F}} \cos(\alpha_{\text{tot}})}{\sin^2(\alpha_{\text{tot}})}.$$

Für Wasser gilt $v_{\text{F}} = 1480 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Die errechneten Werte sind, der besseren Vergleichbarkeit wegen, in Tabelle 3 im nächsten Unterkapitel mit aufgeführt.

4.3 Maximum der Amplitude der Transversalwelle

Aus den Abbildungen 2 sowie 3 wurde ebenfalls der Winkel α_{max} des Amplitudenmaximums der Transversalwelle abgeschätzt. Wegen der geringen Anzahl der Messwerte wurde der Fehler beim Aluminium sogar auf $\pm 10^\circ$ geschätzt. Die Werte sind in Tabelle 2 dargestellt.

Material	α_{\max} [°]	Fehler [°]
Polyacryl	40	± 5
Aluminium	20	± 10

Tabelle 2: Maxima der Amplitude.

Mittels dieser Werte lässt sich ebenfalls die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalwelle bestimmen. Aus Formel 3 ergibt sich

$$v_T = \frac{v_F}{\sqrt{2} \sin(\alpha_{\max})}$$

$$\sigma_{v_T} = \sigma_{\alpha_{\max}} \frac{v_F \cos(\alpha_{\max})}{\sqrt{2} \sin^2(\alpha_{\max})}.$$

In Tabelle 3 sind nun alle berechneten Ausbreitungsgeschwindigkeiten zusammengefasst.

Material	Welle	Messmethode	v [$\frac{m}{s}$]	Fehler [$\frac{m}{s}$]
Polyacryl	longitudinal	α_{tot}	2400	± 300
Polyacryl	transversal	α_{tot}	1490	± 20
Polyacryl	transversal	α_{\max}	1600	± 200
Aluminium	longitudinal	α_{tot}	5000	± 2000
Aluminium	transversal	α_{tot}	2500	± 400
Aluminium	transversal	α_{\max}	3000	± 1500

Tabelle 3: Zusammenfassung der berechneten Schallgeschwindigkeiten.

In Tabelle 4 sind die erwarteten Werte für die Schallgeschwindigkeiten, die aus den Formeln 1 und 2 und den Angaben im Praktikumsbuch [4] berechnet wurden, angegeben.

Material	Welle	Geschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]
Polyacryl	longitudinal	2438
Polyacryl	transversal	1195
Aluminium	longitudinal	6407
Aluminium	transversal	3162

Tabelle 4: Theoriewerte der Schallgeschwindigkeiten.

5 Diskussion

Transversalwelle: Die Maxima der Amplitude der Transversalwelle konnten nur sehr ungenau bestimmt werden, da z.B. bei Aluminium nur vier signifikant sichtbare Peaks auftraten. Entsprechend hoch ist der Fehler der Ergebnisse bei der Methode der Maximalamplitude. Für Polyacryl sowie Aluminium liegen die Ergebnisse der Methode der Totalreflexion und die erwarteten Werte jeweils im 1σ -Bereich der Ergebnisse der Maximalamplitude. Die über Totalreflexion bestimmte Werte liegen ebenfalls in der Nähe der theoretischen Werte, haben jedoch deutlich kleinere Fehlerbereiche. Der tatsächliche Wert liegt deshalb bei Polyacryl erst im 15σ -Bereich und bei Aluminium immerhin im 2σ -Bereich. Wahrscheinlich wurde der Messfehler durch Hintergrundrauschen im System zu klein abgeschätzt.

Longitudinalwelle: Das Ergebnis der longitudinalen Schallgeschwindigkeit in Polyacryl stimmt gut mit dem Literaturwert überein, dieser liegt zentral in der 1σ -Umgebung. Das liegt daran, dass in diesem Fall das Einsetzen der Totalreflexion (siehe Abb. 2) sehr gut zzu beobachten war. Das Ergebnis der transversalen Schallgeschwindigkeit in Aluminium ist im Rahmen seines Fehlers auch noch annehmbar, aber nicht mehr so genau, da die Anzahl der Messwerte hier zu klein war, um den Totalreflexions-Winkel genau genug abzuschätzen.

In Anbetracht der niedrigen Winkelauflösung von 5° sind die Ergebnisse erstaunlich nah an den tatsächlichen Werten.

Literatur

- [1] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, Springer Spektrum 2015
- [2] W. Demtröder, *Experimentalphysik 1*, 6. Auflage, Springer Spektrum 2013
- [3] P. Schaaf, <http://lp.uni-goettingen.de/get/bigimage/7297> (abgerufen 29.06.2016)
- [4] PRAKTIKUMSBUCH Teil II Kap. 12.6
- [5] Hupe, Lukas, *Ultraschallskizze*, ©LUKASARTS, Göttingen, 17.11.16