

Versuch 11

Der Transformator

Praktikanten: Lennart Jahn

Jonas Isensee

E-Mail: l.jahn@stud.uni-goettingen.de

jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de

Betreuer: Li Wok

Datum: 30.06.2016

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Transformator	3
2.2	Stromzange	5
3	Durchführung	5
3.1	Aufbau	5
3.2	Unbelasteter Transformator	6
3.3	Belasteter Transformator	6
4	Auswertung	7
4.1	Unbelasteter Transformator	7
4.2	Belasteter Transformator	7
4.3	Leistung	10
5	Diskussion	11
5.1	Unbelasteter Transformator	11
5.2	Belasteter Transformator	11
	Literatur	12

1 Einleitung

Transformatoren spielen eine große Rolle in unser aller Alltag. Zu effizienten Übertragung von Strom über große Strecken sind hohe Spannungen notwendig, die sich für den Betrieb unserer elektronischen Geräte jedoch nicht eignen. Der Transformator ist das Bindeglied zwischen der Nutzung und Übertragung von Strom.

In diesem Versuch soll das Verhalten des Transformators im belasteten und unbelasteten Zustand näher untersucht werden.

2 Theorie

2.1 Transformator

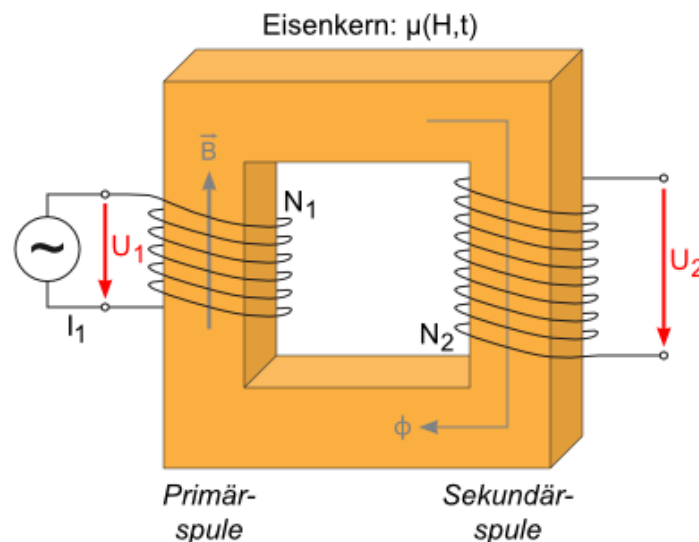


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Transformators. Quelle: [3]

Der ideale Transformator besteht aus einer Primärspule mit Windungszahl N_1 und einer Sekundärspule mit Windungszahl N_2 , die um einen gemeinsamen Eisenkern gewickelt sind. Dieser Eisenkern biegt das in der Primärspule erzeugte Feld so um, dass auch die Sekundärspule davon durchsetzt wird. Dazu ist theoretisch eine unendliche Permeabilität μ_0 notwendig. Da diese für einen Eisenkern nicht gegeben ist, treten Streueffekte auf, die den Fluss in der Sekundärspule verringern. Diese werden aber im Folgenden vernachlässigt. Weitere Verluste entstehen durch Wirbelströme im Eisenkern. Dem wird technisch entgegengewirkt, indem der Eisenkern aus gegeneinander isolierten Eisenschichten aufgebaut wird. Auch dieser Effekt wird nachfolgend vernachlässigt. Weiterhin werden auch alle Verluste durch Ohmschen Widerstand vernachlässigt.

Wird an die Primärspule eine Spannung U_1 angelegt, entsteht, durch den nun fließenden Strom I_1 , in ihrem Inneren der magnetische Fluss Φ_1 , der in ihr eine Gegenspannung U_{ind} induziert. Nach dem Induktionsgesetz und der Kirchhoffschen Maschenregel gilt:

$$U_{ind} = -N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} = -U_1. \quad (1)$$

Der Fluss Φ durchsetzt ja nun auch die Sekundärspule und induziert dort ebenfalls eine Spannung U_2 , mit:

$$U_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Durch Gleichsetzen der nach $\frac{d\Phi_1}{dt}$ umgestellten Formeln 1 und 2 ergibt sich (nach [1] S. 432) für das Verhältnis zwischen U_1 und U_2 :

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1} = -u. \quad (3)$$

Das Minuszeichen zeigt an, dass U_1 und U_2 um π phasenverschoben sind, wenn die beiden Spulen im selben Drehsinn gewickelt sind. u heißt Übersetzungsverhältnis. Diese Gleichung gilt allgemein nur, bei unbelastetem Transformator, d.h. U_2 führt zu keinerlei I_2 .

Wir nun an der Sekundärspule ein Strom I_2 entnommen, so entsteht durch diesen ein zweiter Beitrag Φ_2 zum magnetischen Fluss, der auch noch phasenverschoben zu Φ_1 oszilliert. Weil U_1 aber unverändert bleiben muss, entsteht ein zusätzlicher Anteil im Strom I_1 . Dieser sorgt dafür, dass U_1 und I_1 nicht mehr in Phase schwingen. Die Phasenverschiebung ist nach Abb. 2 ersichtlich:

$$\phi = \arctan \left(\frac{I_0 \sin(\phi_0)}{I_1 + I_0 \cos(\phi_0)} \right). \quad (4)$$

I_0 und ϕ_0 seien dabei die Werte von Strom und Phasenverschiebung bei unbelastetem Transformator.

Die Wirk- und Verlustleistung P_W und P_V des Transformators sind (in [1] auf den Seiten 417 und 418) definiert als der Real- bzw. Imaginärteil der komplexen Leistung $P = U_0 I_0$. Bei bekannter Phasenverschiebung ϕ sind sie also:

$$P_W = U_1 I_1 \cos(\phi) \quad (5)$$

$$P_V = U_1 I_1 \sin(\phi) \quad (6)$$

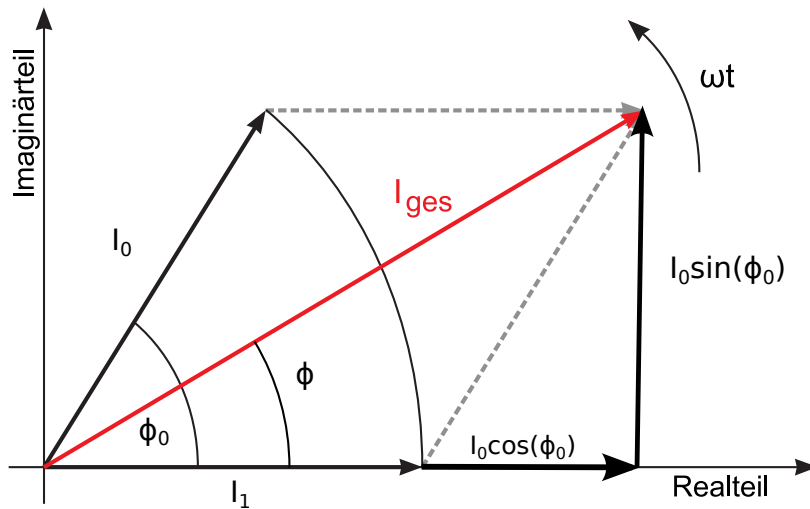


Abbildung 2: Anschauliche Darstellung der Ströme am belasteten Transformator, zur Herleitung der Formel 4. Quelle: [3], geändert vom Verfasser.

2.2 Stromzange

Um Strom mit einem Oszilloskop sichtbar zu machen, wird normalerweise einfach die Spannung über einem Widerstand bestimmt. Diese ist dann Proportional zum Strom. Am Transformator ist dies nicht möglich, da Strom und Spannung Phasenverschoben sind. Man nutzt also eine Stromzange. In dieser wird durch das geringe Magnetfeld, das um einen Leiter entsteht ein Strom induziert, der gemessen werden kann. Die Stromzange stellt dann eine Spannung an ihrem Ausgang bereit, die direkt proportional zum Strom ist. Diese kann dann mit dem Oszilloskop betrachtet werden (vgl. [4]).

3 Durchführung

3.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau aus Abb. 3 wird aufgebaut. Der dabei verwendete Transformator ist so gebaut, dass das Verhältnis der Windungszahlen von Primärspule und Sekundärspule geändert werden kann. Dazu wurden insgesamt vier Spulen mit je 150 Windungen um einen Ringkern gewickelt, die nach Bedarf zusammengeschaltet werden können, sodass sich verschiedene Verhältnisse ergeben. Die erlaubte Höchstspannung beträgt 15 V. Die Multimeter sind so geschaltet, dass laufend Spannung und Stromstärke im Primär- und Sekundärkreis gemessen werden können. Diese werden im Folgenden mit U_1 und I_1 im Primär- beziehungsweise U_2 und I_2 im Sekundärkreis bezeichnet. Da Spulen im Aufbau enthalten sind, muss, bevor ein Schalter umgelegt werden kann, immer die Spannung auf

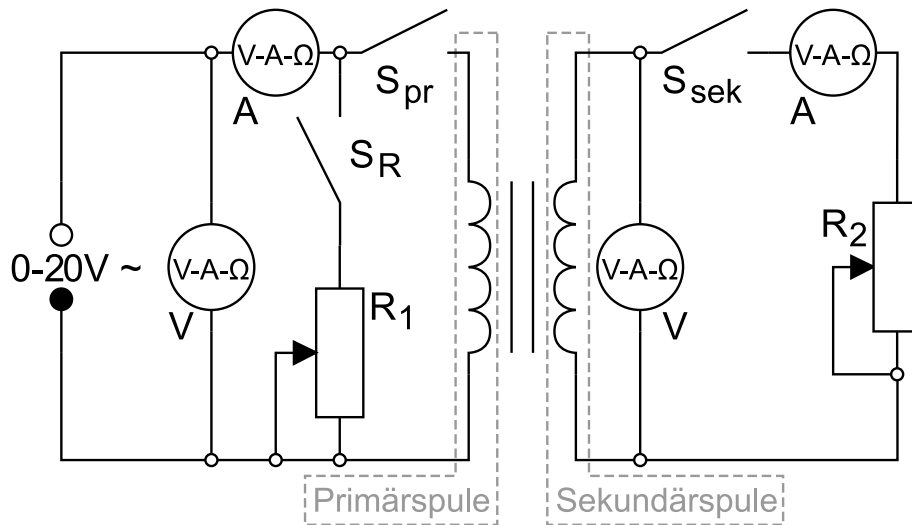


Abbildung 3: Aufbau der Messschaltung. Links: Primärkreis mit Spannungsversorgung, Rechts: Sekundärkreis mit "Verbraucher" R_2 . Quelle: [3]

0 V reduziert werden. Ansonsten können durch Selbstinduktion in den Spulen so hohe Spannungen und Ströme entstehen, dass Messgeräte zerstört werden.

3.2 Unbelasteter Transformator

Die Schalter vor R_1 und R_2 werden geöffnet, es fließt also kein Strom im Sekundärkreis. Dies entspricht dem unbelasteten Transformator.

Nun wird U_1 in Abhängigkeit von I_1 gemessen. Da I_1 aber nicht direkt eingestellt werden kann, wird U_1 in 1 V Schritten auf 15 V erhöht und dabei I_1 notiert. Dies ergibt denselben Zusammenhang.

Die Primärspule wird jetzt mit 300 und die Sekundärspule mit 150 Windungen geschaltet. Es wird U_2 in Abhängigkeit von U_1 bestimmt. Dazu wird wieder U_1 in 1 V Schritten auf 15 V gesteigert und U_2 abgelesen. Dann wird das Verhältnis der Windungszahlen auf 150 zu 300 umgekehrt und dieselbe Messung nochmals durchgeführt.

3.3 Belasteter Transformator

In allen folgenden Messungen ist das Verhältnis der Windungszahlen am Transformator immer 150 zu 150. Außerdem wird die Spannung U_1 bei allen Messungen auf 15 V gehalten. Verändert sie sich, wird nachgeregelt.

Der Transformator wird nun dadurch belastet, dass der Stromkreis über R_2 geschlossen wird. Der Strom I_2 wird dann durch Veränderung des Widerstandswerts von R_2 auf 1,5 A eingeregelt. I_1 wird notiert. Anschließend wird die Primärspule vom Primärkreis

getrennt. Stattdessen wird R_1 in den Primärkreis eingebracht und so eingestellt, dass bei 15 V der Strom, der über R_2 fließt, genau mit dem vorher notierten Strom I_1 übereinstimmt. Dann wird die Primärspule wieder angeschlossen und ist nun parallel zu R_1 geschaltet. Der gesamte Strom I_{ges} , der über Spule und Widerstand fließt, wird gemessen. Der Ablauf wird noch fünfmal wiederholt. Der anfängliche Wert von I_2 wird dabei in 0.3 A Schritten auf 0 A reduziert. Danach wird R_1 wieder von der Schaltung getrennt.

Das Oszilloskop wird so angeschlossen, dass U_1 und, mit Hilfe der Stromzange, auch I_1 beobachtet werden können. Bei Einbau der Stromzange ist wichtig, dass diese eine Vorzugsrichtung besitzt, die in Bezug auf den Messpunkt des Oszilloskops beachtet werden muss. Für dieselben Werte von I_2 wie in der vorigen Messreihe wird nun mit dem Oszilloskop die Phasenverschiebung ϕ zwischen U_1 und I_1 bestimmt und ein Bild des Spannungs- und Stromverlaufs über der Zeit ausgedruckt. Zusätzlich wird die Stromstärke über der Spannung aufgetragen und ausgedruckt. Die resultierenden Formen nennt man Lissajous-Figuren.

4 Auswertung

4.1 Unbelasteter Transformator

In Abb. 4 ist die Strom-Spannungs-Kennlinie des Transformators abgebildet. Für den idealen Transformator wird ein linearer Zusammenhang erwartet, der bis auf geringe Abweichungen, auch im Experiment realisiert wird. Es zeigt sich jedoch eine leichte Deformation bei niedrigen Strömen um 5 mA.

In Abb. 5 sind die Sekundärspannungen über den Primärspannungen für die verschiedenen Übersetzungsverhältnisse aufgetragen. Aus den Steigungen der Fit-Graphen sind die Übersetzungsverhältnisse direkt abzulesen. In Tabelle 1 sind diese mit den erwarteten Werte zusammengestellt.

Beschaltung	Experimenteller Wert	Theoriewert nach Gleichung 3
300:150	0.4897 ± 0.0007	0.5
150:300	1.96 ± 0.01	2

Tabelle 1: Berechnete und gemessene Werte für das Übersetzungsverhältnis u des unbelasteten Transformators.

4.2 Belasteter Transformator

In Abb. 6 sind die Ströme am wie in Abschnitt 3.3 belasteten Transformator als komplexes Zeigerdiagramm dargestellt. Für die Phasenverschiebung ϕ zwischen U_1 (in Phase

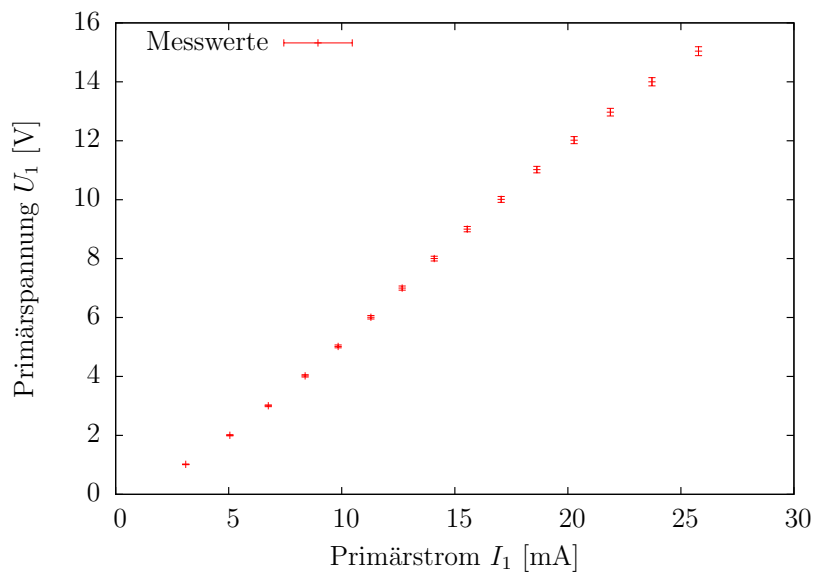


Abbildung 4: Strom-Spannungs-Kennlinie des unbelasteten Transformators bei Windungszahlverhältnis 1:1.

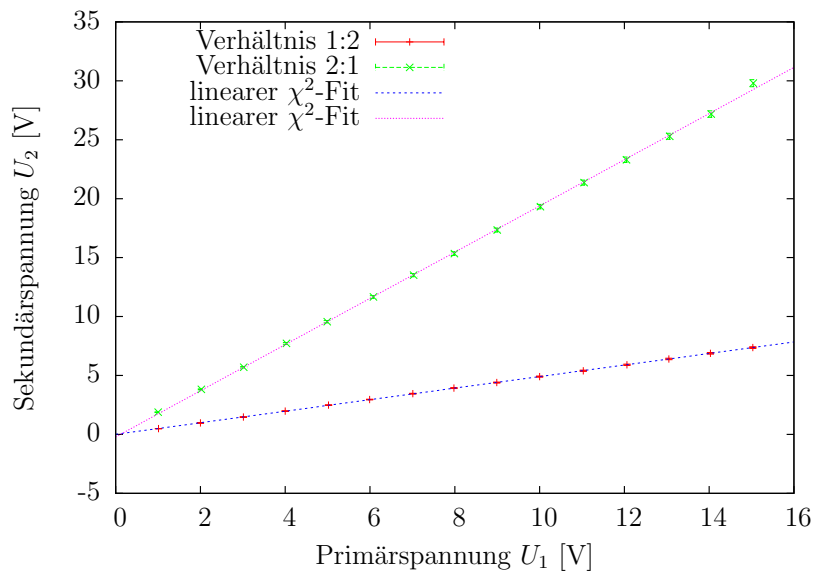


Abbildung 5: $U_2 - U_1$ Kennlinien für verschiedene Windungsverhältnisse. Mit `gnuplot` wurden lineare Fits berechnet.

Ihre Steigungen sind: Blau: 0.4897 ± 0.0007 und Rosa: 1.96 ± 0.01

mit $I_{1,R}$) und I_1 ist leicht zu erkennen, dass

$$\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{I_{ges}}{2I_1},$$

also:

$$\phi = 2 \arccos\left(\frac{I_{ges}}{2I_1}\right). \quad (7)$$

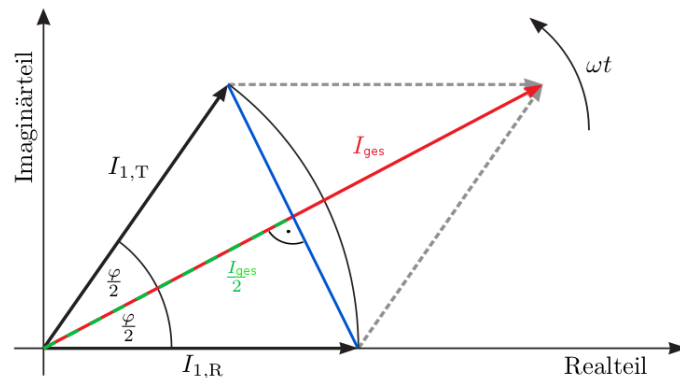


Abbildung 6: Komplexes Zeigerdiagramm der Ströme am Transformator. Quelle: [3], geändert vom Verfasser.

Das Argument des $\arccos()$ muss kleiner sein als 1, das ist bei unseren Messwerten für I_1 und I_{ges} nur bei zwei Werten der Fall. Die daraus berechnete Phasenverschiebung ist in Abb. 7 mit eingezeichnet. Der Fehler berechnet sich nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung. Dieselbe Phasenverschiebung wurde auch mit der internen Messfunktion des Oszilloskops bestimmt. Diese Werte müssen jedoch noch von 90° abgezogen werden, da offensichtlich im Versuch die Spannung am Oszilloskop invertiert angelegt wurde. Der Fehler der Werte wird aufgrund der Liniendicke am Oszilloskop von etwa einer Dreißigstelperiode auf $\pm 5^\circ$ geschätzt. Die Werte sind in 7 dargestellt.

Auch aus den Lissajous-Figuren kann die Phasenverschiebung errechnet werden. Der Wert y_0 bei $x = 0$ entspricht nämlich dem Betrag von I_0 und der Maximalwert y_{max} entspricht gerade $\sin(\phi)I_0$ (siehe auch Abb. 2). Für ϕ folgt also:

$$\phi = \arcsin\left(\frac{y_{max}}{y_0}\right).$$

Wegen des Fehlers in der Oszilloskopbeschaltung, muss dieses Ergebnis noch von 90° abgezogen werden. Auch diese Werte sind in Abb. 7 dargestellt. Auch hier kann der Fehler leicht nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung bestimmt werden.

Über Gleichung 4 kann auch der Theoretische Verlauf der Phasenverschiebung berechnet werden. Dazu wurde als ϕ das arithmetische Mittel der beiden experimentell bestimmten Werte genommen, I_0 wurde direkt gemessen.

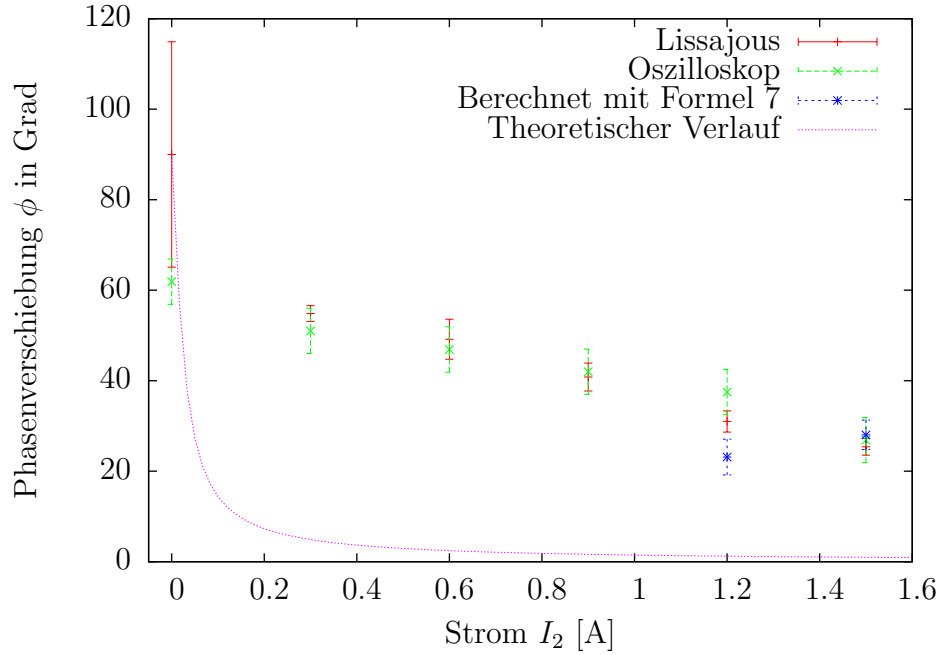


Abbildung 7: Phasenverschiebung ϕ zwischen U_1 und I_1 , bestimmt nach drei verschiedenen Verfahren. Zusätzlich in Altrosé: Theoretisch erwarteter Verlauf.

4.3 Leistung

Bei 1.5 A Laststrom ergibt sich nach den Gleichungen 5 und 6 für Wirk- und Verlustleistung des Transformators:

$$P_W = (20.2 \pm 0.6) \text{ W},$$

$$P_V = (10 \pm 1.1) \text{ W}.$$

Der Transformator hat im Leerlauf ein Wirkleistung von $P_L = I_0 U_0 \cos(\phi_0)$. U_0 und I_0 wurden gemessen. Für ϕ_0 wird wieder der Mittelwert der gemessenen Werte verwendet. Es ergibt sich eine Wirkleistung von 0.0935 W. Da die Netzspannung bei 230 V liegt, muss dieser Wert noch skaliert werden. Aus Abb. 4 ist zu erkennen, dass es sich um einen linearen Zusammenhang handelt. So ergibt sich nach einfachem Dreisatz:

$$P_{W,230V} = (1.4 \pm 1.0) W$$

Der Fehler (Gaußsche Fehlerfortpflanzung) ist sehr groß, weil die Phasenverschiebung nur sehr ungenau zu bestimmen war (siehe Abb. 2). Das entspricht bei einem Strompreis von 25 ct/kWh jährlichen Energiekosten von $\pi \pm 2$ Euro.

5 Diskussion

5.1 Unbelasteter Transformator

Die berechneten Werte für die Übersetzungsverhältnisse liegen nahe den erwarteten. Tatsächlich sind die realen Werte, jeweils sogar um fast denselben Faktor, kleiner als die Theoretischen. Höchstwahrscheinlich sorgen die in Abschnitt 2.1 beschriebenen Effekte, die in den Formeln vernachlässigt werden für diese Verluste.

5.2 Belasteter Transformator

Über Formel 7 konnten nur zwei der sechs Phasenverschiebungen berechnet werden. Der Quotient $\frac{I_{ges}}{2I_1}$ war für die Stromstärken von 0 A bis 10.9 A leicht größer als eins. Das kann z. B. daran liegen, dass der Ohmsche Widerstand des Transformators vernachlässigt wurde. Von diesem Quotienten konnte nun mathematisch kein Arkuskosinus bestimmt werden und auch eine eventuelle, wie auch immer geartete Fortsetzung der Arkuskosinus hätte nicht geholfen, da der physikalische Sinn verloren wäre.

Die Ergebnisse zur Phasenverschiebung zwischen U_1 und I_1 nach dem Oszilloskop und den Lissajous-Figuren liegen meist gegenseitig im Fehlerintervall oder es schneiden sich zumindest die Fehlerintervalle. Es ist keine Tendenz erkennbar, dass ein Verfahren auf Grund eines systematischen Fehlers konstant zu hohe/tiefe Werte liefert. Die zwei Ergebnisse aus Gleichung 7 liegen tendenziell in der richtigen Größenordnung, der Wert für 1.5 A liegt sogar sehr nah am Wert aus der Lissajous-Figur und gerade so außerhalb des 1σ -Bereiches der Oszilloskopmessung. Der zweite Wert ist jedoch deutlich zu klein. Insgesamt lässt sich durch diese Messreihe keine Aussage, außer der Bekräftigung des Wertes bei 1.5 A, treffen.

Die eingezeichnete theoretische Kurve weicht sehr stark von den Messwerten ab. Außer dem gemeinsamen Punkt mit den Lissajous-Messwerten bei 0 A und der Eigenschaft, für hohe Ströme zu fallen, spiegelt sie den gemessenen Verlauf der Phasenverschiebung nicht wieder. Entweder wurde ein entscheidender Faktor in der Auswertung übersehen oder die der Formel zugrundeliegenden Näherungen gelten nicht mehr.

Literatur

- [1] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, Springer Spektrum 2015
- [2] W. Demtröder, *Experimentalphysik 1*, 6. Auflage, Springer Spektrum 2013
- [3] P. Schaaf, J. Grosse-Knetter,
<https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4245> (abgerufen 20.07.2016)
- [4] Raimund Girwidz,
<http://pluslucis.univie.ac.at/PlusLucis/951/stromzan.pdf>
(abgerufen 19.07.2016)