

Versuch 9
Magnetfeld von Spulen

Praktikant: Jonas Isensee
Mitpraktikant: Lennart Jahn
E-Mail: jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Rosmarin Monroe
Datum: 16.06.2016

Abgabedatum:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Induktionsgesetz	3
2.2	Stromintegrator	4
2.3	Magnetfeld von Spulen	4
3	Durchführung	5
3.1	Eichung des Integrators	5
3.2	Messung mit der Induktionsspule	5
3.3	Messung mit der Hallsonde	6
4	Auswertung	6
4.1	Berechnung der Eichkonstanten κ	6
4.2	Vergleich Hallsonde und Induktionsspule	7
4.3	Vergleich mit theoretischen Werten	8
4.4	Homogenität und Magnetfeldstärke	10
4.5	Berechnung von μ_0	11
5	Diskussion	13
5.1	Qualität der Ergebnisse	13
5.2	Induktionsspule	13
5.3	Helmholtz-Spulenpaar	13
6	Anhang	14
6.1	Berechnung der Eichkonstanten κ	14
	Literatur	14

1 Einleitung

Spulen sind eine der wichtigsten Erfindungen für die Elektrotechnik. Sie sind in jedem Dynamo und elektrischen Motor sowie in vielen anderen Geräten zu finden. Die entscheidende Eigenschaft ist dabei, dass sie ein Magnetfeld erzeugen, wenn sie von einem Strom durchflossen werden. Dieser Versuch widmet sich der Vermessung der Magnetfelder verschiedener Spulen.

2 Theorie

2.1 Induktionsgesetz

Das Faradaysche Induktionsgesetz besagt, dass die zeitliche magnetische Flussänderung $\dot{\Phi}$ in einer Leiterschleife eine Spannung U_{ind} erzeugt: (Quelle: [2] S.244)

$$U_{\text{ind}} = -\dot{\Phi}.$$

Das ist die Voraussetzung um mit Induktionsspulen Magnetfelder zu vermessen. Für den magnetischen Fluss durch eine solche Induktionsspule gilt: (Quelle: [2] S.245)

$$\Phi = \int_A B \cdot dA = \pi r^2 n B,$$

wobei r der Radius und n die Windungszahl der Spule ist. Die magnetische Flussdichte ist B . Für sie gibt es eine alternative Darstellung H , die magnetische Erregung. Es gilt der Zusammenhang $B = \mu_0 \mu_r H$, wobei die Dielektrizitätskonstante μ_r für Luft näherungsweise eins ist. Für zeitlich konstante Magnetfelder ist die Flussänderung bei ruhender Spule gleich Null. Daher wird für eine Messung das äußere Magnetfeld ein- bzw. ausgeschaltet und die Induktionsspannung für den gesamten Schaltvorgang betrachtet. Aus den beiden obigen Gleichungen folgt unmittelbar, dass:

$$U_{\text{ind}} = -\dot{\Phi} = -\pi r^2 n \dot{B} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{B} = -\frac{U_{\text{ind}}}{\pi r^2 n}.$$

Somit gilt nach Integration über die Zeit für die gesamte Magnetfeldänderung, also gerade das von der äußeren Spule erzeugte Magnetfeld B_{Spule} die Formel:

$$B_{\text{Spule}} = \int_{t_1}^{t_2} \dot{B} dt = \frac{-1}{\pi r^2 n} \int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt \quad (1)$$

Das Integral von U_{ind} kann dann in einer geeigneten Schaltung, wie in Abbildung 1, von einem Stromintegrator gemessen werden.

2.2 Stromintegrator

Wird ein Stromintegrator an eine Induktionsspule wie in Abb. 1 angeschlossen, erzeugt die Induktionsspannung einen Strom $I_{\text{ind}} = \frac{U_{\text{ind}}}{R_i}$, wobei R_i der Innenwiderstand des Integrators ist. Dieser ist so groß, dass der ohmsche Widerstand der Spule vernachlässigt werden kann. Der Strom I_{ind} wird dann über die Zeit zur geflossenen Ladung Q_{mess} integriert. Als Messwert wird ein einheitenloser Wert x angezeigt, für den gilt:

$$\int_{t_1}^{t_2} U_{\text{ind}} dt = R_i \int_{t_1}^{t_2} I_{\text{ind}} dt = R_i Q_{\text{mess}} = R_i \kappa x. \quad (2)$$

Dabei ist κ eine Konstante, die in Abschnitt 6.1 bestimmt wird.

2.3 Magnetfeld von Spulen

Für das Magnetfeld von Spulen gilt das allgemeine Gesetz von Biot-Savart für stromdurchflossene Leiter. Es lautet: (Quelle: [2] S.182)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I(d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|})}{|\vec{r}|^2},$$

mit der Permeabilität μ_0 , dem Strom I , einem kleinen Wegstück $d\vec{l}$ entlang des Drahtes und dem Ortsvektor \vec{r} . In erster Näherung gilt für das Innere einer langen Spule, also einer Spule deren Länge deutlich größer als dem Radius ist, die Gleichung mit der Windungszahl n und der Länge der Spule l :

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{nI}{l} \quad (3)$$

Für kurze Spulen oder das Magnetfeld am Rand einer oder gar außerhalb einer Spule ist diese Näherung jedoch nicht geeignet. Besser ist die exakte Lösung, welche zusätzlich den Abstand a zu den Rändern der Spule und den Radius R betrachtet: (Quelle: [2] S.190)

$$H = \frac{1}{2} \frac{nI}{l} \left[\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{l - a}{\sqrt{R^2 + (l - a)^2}} \right]. \quad (4)$$

Für ein Helmholtz-Spulenpaar gilt mit gleichen Variablenbezeichnungen wie zuvor und dem Abstand z von der Mitte, die Formel: (Quelle: [2] S.188)

$$H(z) = \frac{1}{2} nIR^2 \left[\frac{1}{\sqrt{R^2 + (z + \frac{R}{2})^2}^3} + \frac{1}{\sqrt{R^2 - (z + \frac{R}{2})^2}^3} \right]. \quad (5)$$

Für den Fall, dass $z = 0$ ist, folgt:

$$H(0) = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{nI}{R}. \quad (6)$$

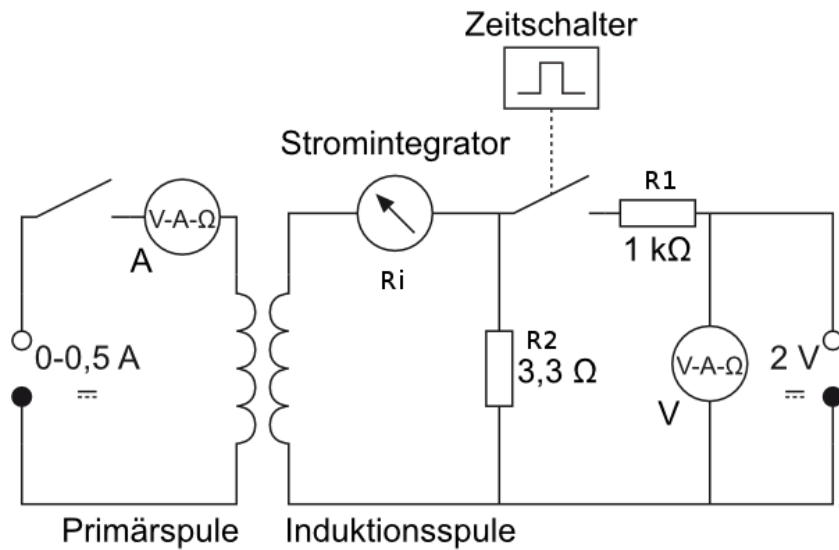


Abbildung 1: Dargestellt ist der Schaltplan für das Experiment. Der rechte Teil wird für die Bestimmung der Eichkonstanten κ benötigt. Die linke Hälfte ist das eigentliche Experiment. Quelle: [3]

3 Durchführung

Als erster Schritt wird bei diesem Versuch das Experiment entsprechend dem Schaltplan aus Abb. 1 aufgebaut. Dabei wird die Induktionsspule auf einer Schiene montiert, sodass sie sich mittig innerhalb der Primärspule befindet. Die Schiene dient dazu, die Induktionsspule parallel zur äußeren Spule verschieben zu können. Zusätzlich werden alle Spulendaten notiert.

3.1 Eichung des Integrators

Zunächst wird der Stromintegrator kalibriert. Dazu ist der Strom über die Primärspule deaktiviert. Dann wird der Zeitschalter auf ein Intervall zwischen 50 ms und 500 ms gestellt. Ist die Messung des Stromintegrators gestartet, aktiviert man den Zeitschalter. Für die Länge des Intervalls fließt dann ein konstanter Strom. Dies ist für etwa 10 verschiedene Intervalllängen zu wiederholen und die Messwerte des Integrators werden zusammen mit der jeweiligen Zeit notiert.

3.2 Messung mit der Induktionsspule

Nun wird das Magnetfeld der lange Spule mit der Induktionsspule vermessen. Dazu positioniert man Letztere in der Mitte der Anderen. Wo genau die Mitte ist, ist nicht leicht zu erkennen, daher ist es sinnvoll, zuvor die Länge der Spule zu bestimmen und die

Induktionsspule anschließend um die Hälfte hineinzuschieben. Vor Beginn der Messung wird die Spannungsquelle der Primärspule so eingestellt, dass sich ein Strom von 0.5 A einstellt. Dann wird die Messung des Stromintegrators gestartet und danach der Stromkreis durch die Primärspule geschlossen. Misst man stattdessen über das Öffnen des Stromkreises, ist der Wert des Stromintegrators negiert. Diese Messung wird alle 2 cm wiederholt und auch außerhalb der Spule fortgesetzt. Aufgrund der Spiegelsymmetrie ist das jedoch nur für eine Hälfte der Spule nötig.

3.3 Messung mit der Hallsonde

Mit der Hallsonde werden jetzt die Lange, die Kurze Spule und die Helmholtz-Spulen vermessen. Die Vorgehensweise ähnelt dem vorherigen Schritt. Zunächst wird die Sonde in die Mitte der Spule gebracht. Dann wird der Strom aktiviert und der Messwert notiert. Zusätzlich muss aber für jede Position noch eine Untergrundmessung durchgeführt werden. Anders als die Induktionsspule misst die Hallsonde nämlich direkt das Magnetfeld und nicht dessen Veränderung. Daher können das Erdmagnetfeld und andere Störeffekte der Umgebung nicht vernachlässigt werden. Diese Messungen werden für alle drei Spulen von der Mitte aus mit einem Intervall von 1 cm durchgeführt und wieder auch außerhalb fortgesetzt.

4 Auswertung

4.1 Berechnung der Eichkonstanten κ

Als erstes wird nun die Eichkonstante κ mit den Formeln aus Abschnitt 6.1 bestimmt. Die verwendeten Widerstände $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ und $R_2 = 3.3 \Omega$, sowie der Innenwiderstand des Stromintegrators von $R_i = 10 \text{ k}\Omega$ werden hatten einen Fehler von 10% angegeben, also $\sigma_{R_1} = 100 \Omega$, $\sigma_{R_2} = 0.33 \Omega$ und $\sigma_{R_i} = 1 \text{ k}\Omega$. Der Fehler der Anzeige des Integrators wurde aufgrund von hohen Schwankungen im Verlauf des Experiments auf $\sigma_x = 3$ abgeschätzt. Für die Unsicherheiten der Spannung U und der Impulszeit Δt gab es keine Angaben. Die Impulszeit wird daher als fehlerfrei angenommen. Die Spannung hingegen könnte beim Ein- bzw. Ausschalten schwanken. Daher wird der Fehler großzügig mit $\sigma_U = 0.2V$ abgeschätzt. Einsetzen der Gleichungen aus Abschnitt 6.1 ergibt für κ die Formel:

$$\kappa = \left(1 - \left(1 + \frac{1}{R_1 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_i} \right)} \right)^{-1} \right) \frac{U \Delta t}{R_i x}$$

Nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet sich die Unsicherheit von κ durch:

$$\sigma_{\kappa}^2 = \sigma_x^2 \left(\frac{\kappa}{x}\right)^2 + \sigma_U^2 \left(\frac{\kappa}{U}\right)^2 + \sigma_{R_1}^2 \left(\frac{R_2^{-1} + R_i^{-1}}{(1 + R_1(R_2^{-1} + R_i^{-1}))^2} \frac{U\Delta t}{R_i x}\right)^2 \quad (7)$$

$$+ \sigma_{R_2}^2 \left(\frac{R_1^2 R_2^{-2} U \Delta t R_i^{-1} x^{-1}}{(1 + R_1(R_2^{-1} + R_i^{-1}))^2}\right)^2 + \sigma_{R_i}^2 \left(\frac{\kappa}{R_i} + \frac{R_1 U \Delta t R_i^{-3} x^{-1}}{(1 + R_1(R_2^{-1} + R_i^{-1}))^2}\right)^2$$

Diese Formeln werden für alle Werte der Kalibrationsmessreihe verwendet und anschließend wird das arithmetische Mittel und der Fehler des Bestwerts gebildet. Es folgt: $\kappa = (5.53 \pm 0.03) 10^{-7} \text{ C}$.

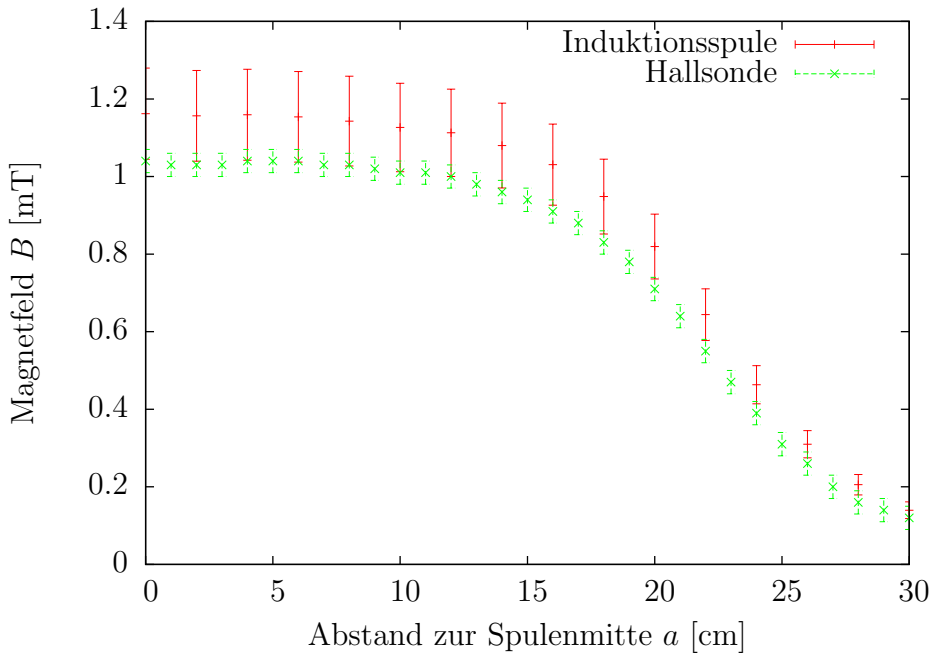


Abbildung 2: Dargestellt ist die Magnetfeldflussdichte der langen Spule abhängig vom Abstand zur Mitte. Das Magnetfeld B wurde mit sowohl mit einer Induktionsspule (rot), als auch mit einer Hall-Sonde (grün) gemessen.

4.2 Vergleich Hallsonde und Induktionsspule

Als Erstes werden die Messreihen für die lange Spule miteinander verglichen. Dafür werden mit Formel 1 und 2 aus den Messwerten der Induktionsspule die Magnetfeldflussdichten B berechnet, wobei jeweils das Mittel der Ein- bzw. Ausschaltwerte verwendet wird. Diese B sind in Abbildung 2 zusammen mit den Messwerten der Hall-Sonde dargestellt. Der Fehler der Hallsonde wurde als $\sigma_{Hall} = 0.03 \text{ mT}$ abgeschätzt und die Unsicherheit

der Induktionsspule nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung mit der Formel

$$\sigma_{Induk} = \sqrt{\sigma_x^2 \left(\frac{B}{x}\right)^2 + \sigma_\kappa^2 \left(\frac{B}{\kappa}\right)^2 + \sigma_{R_i}^2 \left(\frac{B}{R_i}\right)^2} \quad (8)$$

und B nach Gleichung 2 berechnet. Beide Messreihen lassen erkennen, dass das Magnetfeld in der Mitte der Spule näherungsweise homogen ist. Auch die Form des Abfalls nach außen hin ist sehr ähnlich. Einzig in der Amplitude unterscheiden sich die Messreihen merklich, auch wenn die Fehlerintervalle sich überschneiden. So sind die Messwerte der Hall-Sonde alle kleiner als die der Induktionsspule. Welche der beiden Messmethoden zuverlässiger ist, lässt sich anhand der Messdaten nicht erkennen.

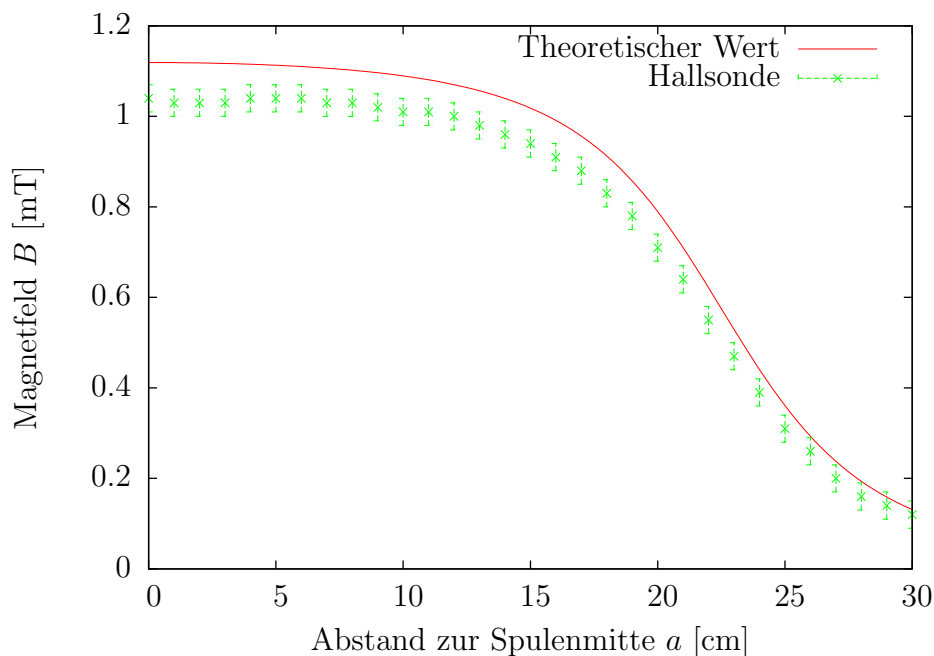


Abbildung 3: Dargestellt ist die mit der Hall-Sonde gemessene magnetische Flussdichte (grün) der langen Spule in Abhängig vom Abstand zur Mitte. Zum Vergleich ist die nach Formel 4 erwartete Feldstärke in rot aufgetragen.

4.3 Vergleich mit theoretischen Werten

In den Abbildungen 3 und 4 sind die Messreihen der Hall-Sonde für die lange bzw. kurze Spule zusammen mit theoretisch erwarteten Werten dargestellt. Diese wurden mit den Formel 4 und den notierten Spulendaten berechnet.

Lange Spule Die gemessenen Flussdichten der langen Spule passen von der Form sehr gut an die nach Formel 4 erwarteten Werte. Dennoch sind die Werte kleiner als erwartet. Nach Formel 3 wird in der Mitte der Spule eine magnetische Flussdichte von $B = 1.16 \text{ mT}$ erwartet. Dieser ist ebenfalls größer als der tatsächlich gemessene Wert von $B_{\text{mess}} = 1.04 \pm 0.03 \text{ mT}$.

Kurze Spule Die kurze Spule weist wesentlich größere Abweichungen als die lange Spule gegenüber den Formelwerten auf. Ähnlich wie bei der Langen, ist der Maximalwert in der Mitte kleiner als erwartet. Dann fällt die Flussdichte B nach außen hin stärker ab als Formel 4 vorhersagt und liegt so deutlich unter den erwarteten Werten. Die in erster Näherung bestimmte Formel 3 ergibt für die kurze Spule eine Flussdichte von $B = 1.16 \text{ mT}$. Der tatsächlich gemessene Wert in der Mitte beträgt hingegen nur $B_{\text{mess}} = 0.85 \pm 0.03 \text{ mT}$. Insbesondere weichen auch die Ergebnisse der verschiedenen Formeln stark von einander ab, denn Formel 4 liefert $B = 0.94 \text{ mT}$. Das liegt daran, dass die Näherungen aus Formel 3 im Wesentlichen nur für lange Spulen gelten.

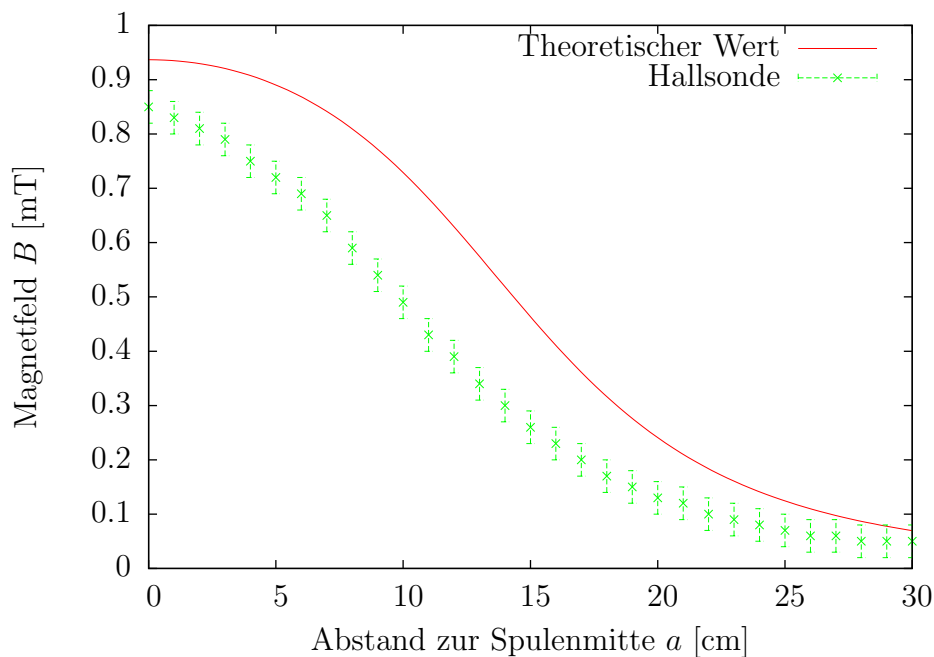


Abbildung 4: Dargestellt ist das mit der Hall-Sonde gemessene Magnetfeld (grün) der kurzen Spule in Abhängig vom Abstand zur Mitte. Zum Vergleich ist die nach Formel 4 erwartete Feldstärke in rot aufgetragen.

4.4 Homogenität und Magnetfeldstärke

Im Folgenden werden die Magnetfelder der drei verschiedenen Spulen verglichen. Zunächst fällt auf, dass bei gleichem Eingangsstrom von $I = 0.5 \text{ A}$ die magnetische Flussdichte B in der Mitte des Helmholtz-Spulenpaars mit $B_{\text{HH}} = 3.45 \pm 0.03 \text{ mT}$ um ein vielfaches größer ist, als die der anderen Spulen. Dort beträgt die maximale Flussdichte $B_{\text{Lange Spule}} = 1.04 \pm 0.03 \text{ mT}$ bzw. $B_{\text{Kurze Spule}} = 0.85 \pm 0.03 \text{ mT}$. Um die Homogenität der Magnetfelder zu vergleichen, wurden in Abb. 5 die Messreihen gemeinsam aufgetragen. Um einen direkten Vergleich zu ermöglichen wurde dabei die magnetische Flussdichte B um den Maximalwert B_0 normiert. Die Entfernung zur Spulenmitte a wurde mit der halben Spulenlänge $\frac{l}{2}$ normiert. Um die Abbildung so übersichtlich wie möglich zu gestalten wurden hier die Fehler nicht mit abgebildet. Bezüglich der Messwerte der Helmholtz Spulen ist anzumerken, dass aufgrund einer schief stehenden Spule in beide Richtungen gemessen wurde und im Folgenden mit den Mittelwerten beider Messreihen gearbeitet wird.

Anhand der Abbildung ist zu erkennen, dass die Flussdichte der langen Spule und des Helmholtz-Spulenpaars sehr ähnlich verlaufen. Zunächst sind sie sehr homogen im Bereich von $\frac{2|a|}{l} \leq 0.5$. Dann fällt die magnetische Flussdichte nach außen hin ab. Das Magnetfeld der kurzen Spule ist in keinem Bereich homogen. Es fällt im dargestellten Bereich nahezu gleichmäßig nach außen hin ab und beträgt am Spulenrand nur noch etwa 40% des Maximalwerts, während die anderen beiden Spulen dort noch etwa 50% (lange) bzw. 60% (Helmholtz) des Maximalwerts haben. Außerdem fällt auf, dass das Magnetfeld außerhalb der Helmholtz-Spulen deutlich langsamer abfällt, als das der langen Spule.

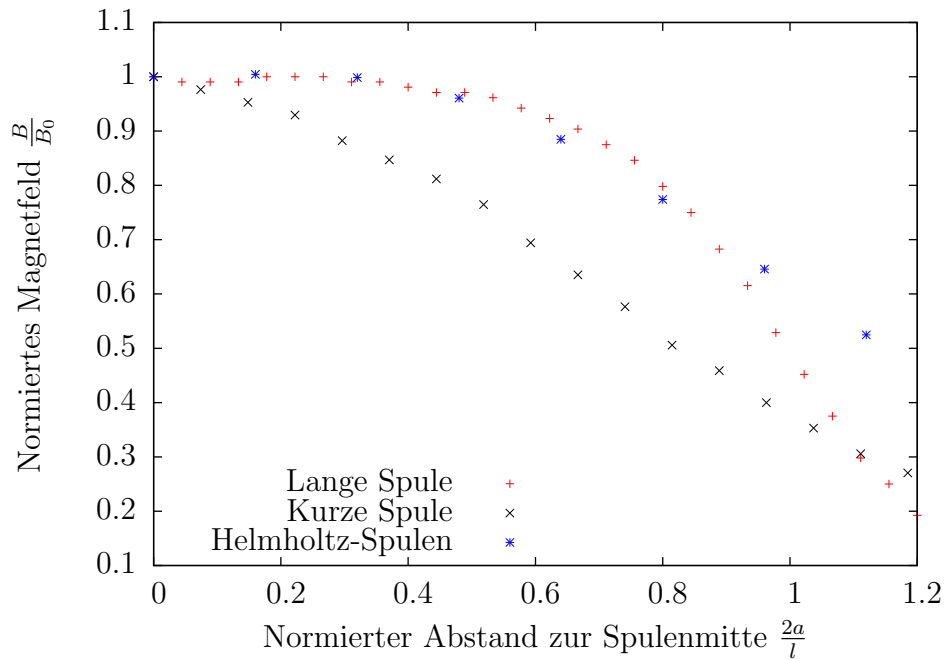


Abbildung 5: Diese Abbildung dient dem Vergleich der Magnetfeldstärken der langen Spule (rot), der kurzen Spule (grün) und des Helmholtz-Spulenpaares. Dafür ist die Magnetfeldstärke um den Maximalwert B_0 normiert und der Abstand von der Spulenmitte um die halbe Spulenlänge $\frac{l}{2}$ ebenfalls normiert worden. Um die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, wurden die Fehler nicht mit abgebildet.

4.5 Berechnung von μ_0

Nun wird aus allen Messungen zusammen mit den Formeln 4 und 5 die Permeabilität μ_0 , die die Proportionalität zwischen B und H bildet, bestimmt. Dafür werden die Messwerte der verschiedenen Spulen durch die jeweils theoretisch berechneten H -Werte dividiert. Die in Abschnitt 4.3 beobachteten Abweichungen werden hier nicht weiter betrachtet. In Abbildung 6 sind die Quotienten aufgetragen. Die Mittelwerte für μ_0 der einzelnen Messreihen sind in Tabelle 1 dargestellt.

Es zeigt sich, dass der Literaturwert im Fehlerintervall des Wertes liegt, der aus den Messungen der Induktionsspule gewonnen wurde. Die Ergebnisse, die mit der Hallsonde gewonnen wurden, liegen zwar in der richtigen Größenordnung, sind aber um mehr als 5σ zu klein. Das Endergebnis gemittelt über alle Messungen ist dann $\mu_0 = (1.1 \pm 0.3) 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{M}}$.

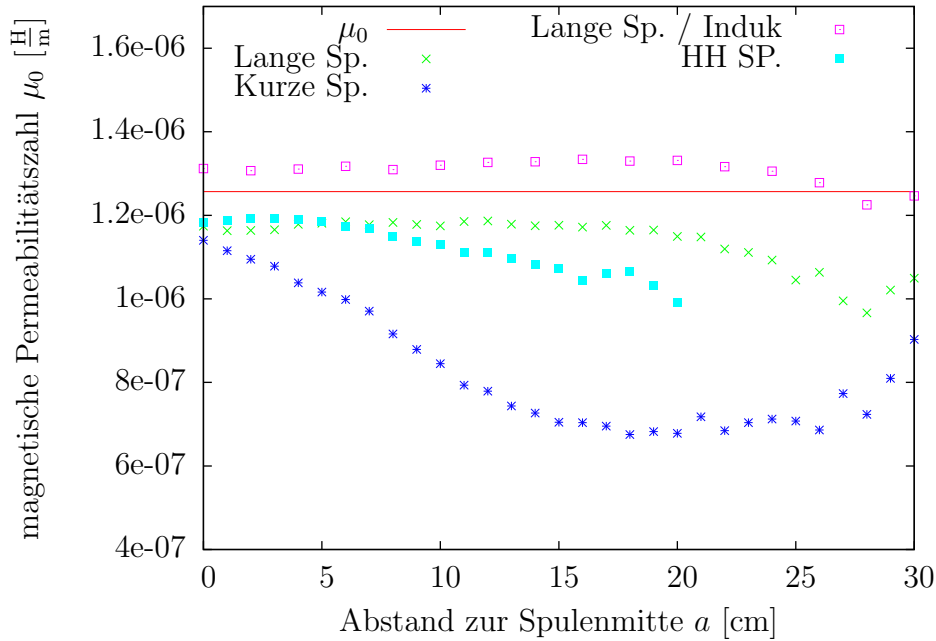


Abbildung 6: Dargestellt ist hier die magnetische Permeabilität als $\mu_0 = \frac{B}{H}$ mit den Messwerten B und den nach Formel 4 bzw. 5 berechneten Magnetfeldstärken H . Aufgetragen sind $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ (rot) und die Ergebnisse der Spulen: Lange(Induk) - lila, Lange(Hall) - grün, Kurze - blau, Helmholtz - türkis. Um die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, wurden die Fehler nicht mit abgebildet.

Messreihe	$\mu_0 [10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}]$
Lange Spule (Induktionsspule)	1.26 ± 0.03
Lange Spule (Hall-Sonde)	1.14 ± 0.02
Kurze Spule	0.83 ± 0.03
Helmholtz-Spulen	1.12 ± 0.02
Mittelwert	1.1 ± 0.3
Literaturwert	≈ 1.2566

Tabelle 1: Quadratische Mittelwerte mit mittlerem quadratischem Fehler der Quotienten $\mu_0 = \frac{B}{H}$ und zusätzlich dem Mittelwert über alle Messungen. Literaturwert: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (Quelle: [2] S.195)

5 Diskussion

5.1 Qualität der Ergebnisse

Im Wesentlichen stimmen die Messwerte gut mit der Erwartung überein. Besonders die Form des Magnetfeldes der langen Spule hatte nur geringe Abweichungen von dem theoretisch berechneten Verlauf (vgl. Abb. 3). Auffällig ist jedoch, dass alle Messwerte, die mit der Hallsonde gemacht wurden, zu klein sind. Das deutet auf einen systematischen Fehler im Messgerät hin. Gegebenenfalls könnte man das Messgerät daraufhin untersuchen, und so die Qualität der Ergebnisse noch im Nachhinein verbessern. Ein weiterer Blick auf Abb. 4 zeigt, dass die gemessenen Werte der kurzen Spule womöglich nicht so viel kleiner sind, wie zunächst vermutet. Der gemessene Verlauf des Magnetfeldes legt nahe, dass die Hall-Sonde um etwa 3 cm gegenüber der geplanten Position nach außen verschoben war. Dies lässt sich jedoch im Nachhinein ohne eine neue Messung nicht überprüfen.

5.2 Induktionsspule

Der Vergleich der Messreihen zwischen Induktionsspule und Hall-Sonde, lässt keinen Schluss auf ihre Zuverlässigkeit zu. Der Verlauf beider Messreihen ist sehr ähnlich. Der Versatz in der Flussdichte ließe sich ebenfalls mit dem vermuteten systematischen Fehler der Hall-Sonde erklären. Im Allgemeinen ist jedoch zu erwarten, dass eine Hall-Sonde besonders in inhomogenen Magnetfeldern bessere Ergebnisse aufgrund ihrer kleineren physikalischen Ausdehnung liefert. Eine Induktionsspule misst die mittlere magnetische Flussdichte über ein größeres Volumen, was in sehr inhomogenen Magnetfeldern zu Abweichungen führen kann. Ein weiterer Vorteil einer Hall-Sonde ist, dass für eine Messung das Magnetfeld nicht an- bzw. ausgeschaltet werden muss. Zum Beispiel wäre es sehr umständlich, das Magnetfeld eines Permanentmagneten mit einer Induktionsspule zu vermessen.

5.3 Helmholtz-Spulenpaar

In Abschnitt 4.4 wird deutlich, dass das Magnetfeld im Innern eines Helmholtz-Spulenpaars im Rahmen der Messgenauigkeit sehr homogen ist. Aus Abbildung 5 lässt sich ablesen, dass die Homogenität näherungsweise in einem Bereich mit einer Ausdehnung von $\frac{1}{2}R$, dem halben Radius der Spulen, um die Mitte gilt. In diesem Aufbau war zusätzlich eine der beiden Spulen nach innen verbogen. Es ist also möglich, dass der homogene Bereich bei einem besseren Spulenpaar noch größer wäre. Alles in allem rechtfertigen die Messergebnisse, die Verwendung von Helmholtz-Spulen in Experimenten in denen ein homogenes Magnetfeld benötigt wird.

6 Anhang

6.1 Berechnung der Eichkonstanten κ

Der Stromintegrator zeigt nicht die tatsächlich geflossene Ladung Q_{mess} an, sondern nur einen Wert x , der proportional dazu ist. Zu bestimmen ist die Konstante κ , die durch folgende Gleichung definiert ist:

$$Q_{\text{mess}} = \kappa x.$$

Dafür betrachtet man zunächst $Q_{\text{mess}} = \int_{t_1}^{t_2} I_{\text{ind}} dt$. Nach den Kirchhoffschen Knoten- und Maschenregeln (vgl. [2] S.122) gilt für den Gesamtwiderstand R_{ges} über die Kalibrationschaltung aus Abb. 1 die Gleichung:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_i}}. \quad (9)$$

Dabei ist $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 3.3 \Omega$ und $R_i = 10 \text{ k}\Omega$. Der ohmsche Widerstand R_1 der Spule wird vernachlässigt, da er klein gegenüber R_i ist. Für den Strom gilt anschaulich $I_{\text{ges}} = \frac{U}{R_{\text{ges}}}$. Für den Spannungsabfall über dem Pfad mit dem Integrator gilt dann also:

$$U = R_i I_{\text{ind}} + R_1 I_{\text{ges}} \quad \Leftrightarrow \quad I_{\text{ind}} = \frac{U - R_1 I_{\text{ges}}}{R_i}.$$

Der Strom I_{ind} kann für die Dauer der Impulse als konstant angenommen werden. Das vereinfacht die Berechnung von κ zu:

$$\kappa = \frac{Q_{\text{mess}}}{x} = \frac{1}{x} \int_{t_1}^{t_2} I_{\text{ind}} dt = I_{\text{ind}} \frac{\Delta t}{x} \quad (10)$$

Literatur

- [1] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, Springer Spektrum 2015
- [2] W. Demtröder, *Experimentalphysik 2*, 6. Auflage, Springer Spektrum 2013
- [3] P. Schaaf, <http://lp.uni-goettingen.de/get/bigimage/7297> (abgerufen 29.06.2016)