

Versuch 25
Radioaktivität

Praktikanten: Jonas Isensee
Lennart Jahn
E-Mail: jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de
l.jahn@stud.uni-goettingen.de
Betreuerin: Bruce Banner
Datum: 29.06.2017

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Auswertung	3
2.1	Allgemeines	3
2.2	Behandlung der Rohdaten	3
2.3	χ^2 -Auswertung des Zerfalls	3
2.4	Aktivierungskurve	9
3	Diskussion	11
3.1	χ^2 Methode	11
3.2	Maximale Aktivität	11
3.3	Halbwertszeiten	11

1 Einleitung

2 Auswertung

2.1 Allgemeines

In diesem Versuch werden Silberplättchen radioaktiv aktiviert, indem sie mit Neutronen beschossen werden. Dadurch entstehen instabile Isotope, die dann zerfallen. Konkret werden zwei verschiedene Isotope betrachtet, ${}_{47}^{108}\text{Ag}$ und ${}_{47}^{110}\text{Ag}$ mit den Halbwertszeiten 24.6 s und 143 s. Nach der Aktivierung in einer Neutronenquelle wird mit einem Geiger-Müller Zähler die Zerfallsrate des aktivierten Silberplättchens bestimmt. Da der Transfer von der Neutronenquelle zur Messapparatur Zeit benötigt, beginnt die Messwertaufnahme nicht direkt nach der Aktivierung.

2.2 Behandlung der Rohdaten

Das Messgerät bestimmt die Anzahl der Zerfälle in fünf Sekunden. Die Aktivität \dot{N} ist aber pro Sekunde definiert, deshalb werden alle Werte durch fünf geteilt. Die so erhaltene Aktivität ist nun als mittlere Aktivität über fünf Sekunden anzusehen. Der Messfehler dieser Werte ist rein statistisch und wegen der großen Bedeutung der Radioaktivität auch mathematisch sehr gut untersucht. Die Messwerte gehorchen der Poisson-Statistik, damit ist ihr Fehler $\sigma_{\dot{n}} = \sqrt{\dot{n}}$.

2.3 χ^2 -Auswertung des Zerfalls

In diesem Experiment wurden die Zählraten radioaktiver Zerfälle gemessen. Für Diese ist der funktionale Zusammenhang wohlbekannt. Aus diesem Grund bietet es sich an, die Datenanalyse mit einem χ^2 -Fit zu machen. Gleichung (1) wurde an die Messdaten mit gnuplot angepasst. Die Formel hat insgesamt 11 Parameter. Dabei hat jede Messreihe eigene Parameter für die Anfangsaktivitäten $\dot{N}_{Y,0}^{\text{min}}$, während die Halbwertszeiten T_A , T_B sowie die Nullrate \dot{N}^{Null} bei allen gleich sind:

$$f(t) = \begin{cases} \dot{N}_{A,0}^{1 \text{ min}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^{1 \text{ min}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{Null}} & \text{für 1 Minute Aktivierungszeit} \\ \dot{N}_{A,0}^{2 \text{ min}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^{2 \text{ min}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{Null}} & \text{für 2 Minute Aktivierungszeit} \\ \dot{N}_{A,0}^{4 \text{ min}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^{4 \text{ min}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{Null}} & \text{für 4 Minute Aktivierungszeit} \\ \dot{N}_{A,0}^{8 \text{ min}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_A} t} + \dot{N}_{B,0}^{8 \text{ min}} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_B} t} + \dot{N}^{\text{Null}} & \text{für 8 Minute Aktivierungszeit} \\ \dot{N}^{\text{Null}} & \text{für die Nullratenmessung} \end{cases} \quad (1)$$

Die Fitparameter sind zusammen mit dem zugehörigen reduzierten χ^2 in Tabelle 1 dargestellt.

Kurve A	Wert	Kurve B	Wert
$\dot{N}_{A,0}^{1 \text{ min}}$	151 ± 5	$\dot{N}_{B,0}^{1 \text{ min}}$	6.4 ± 0.4
$\dot{N}_{A,0}^{2 \text{ min}}$	159 ± 5	$\dot{N}_{B,0}^{2 \text{ min}}$	11 ± 0.6
$\dot{N}_{A,0}^{4 \text{ min}}$	155 ± 5	$\dot{N}_{B,0}^{4 \text{ min}}$	18.5 ± 0.8
$\dot{N}_{A,0}^{8 \text{ min}}$	160 ± 5	$\dot{N}_{B,0}^{8 \text{ min}}$	24 ± 1
T_A	23.5 ± 0.5	T_B	142 ± 4
	$\dot{N}^{\text{Null}} = 0.21 \pm 0.02$		
	$\chi^2 = 0.180$		

Tabelle 1: In dieser Tabelle sind die Parameter der mit gnuplot erstellten Fitfunktion entsprechend Gleichung (1) dargestellt.

In den folgenden Grafiken ist die Zählrate über der vergangenen Zeit aufgetragen. Die Abbildungen 1,2,3 und 4 zeigen genau dieselben Messwerte wie 5,6,7 und 8, die Ersten sind linear, die Zweiten logarithmisch dargestellt. Zusätzlich zur Zählrate sind auch noch folgende Fits eingezeichnet:

- blau: Nullrate (sehr gering, deswegen fast nicht sichtbar)
- lila: Zerfallsrate des $^{110}_{47}\text{Ag}$ -Isotops
- schwarz: Zerfallsrate des $^{108}_{47}\text{Ag}$ -Isotops
- rot: Summe der drei Vorherigen (Sollte nah an den Messwerten liegen)

In Abbildung 9 ist die separat aufgenommene Nullmessung einzeln dargestellt. Damit ein sinnvoll gewichteter Fit erstellt werden konnte, wurden zur Berechnung der Fehler die Messpunkte um 1 angehoben. Das sorgt dafür, dass es keine Messung mit Wert 0 gibt, die dann nach $\sigma_N = \sqrt{N}$ ja auch den Fehler 0 hätte und den Fit auf 0 setzen würde.

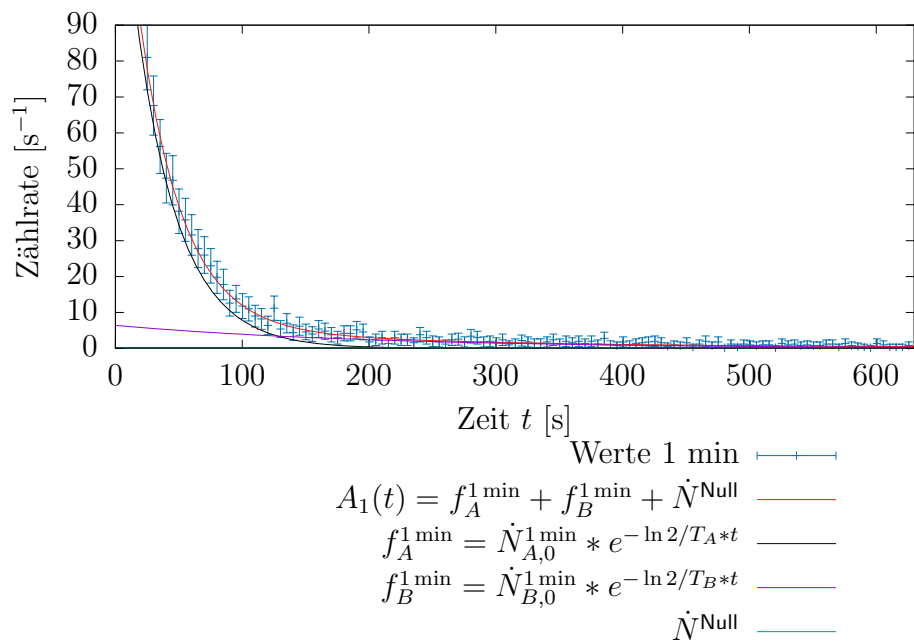


Abbildung 1

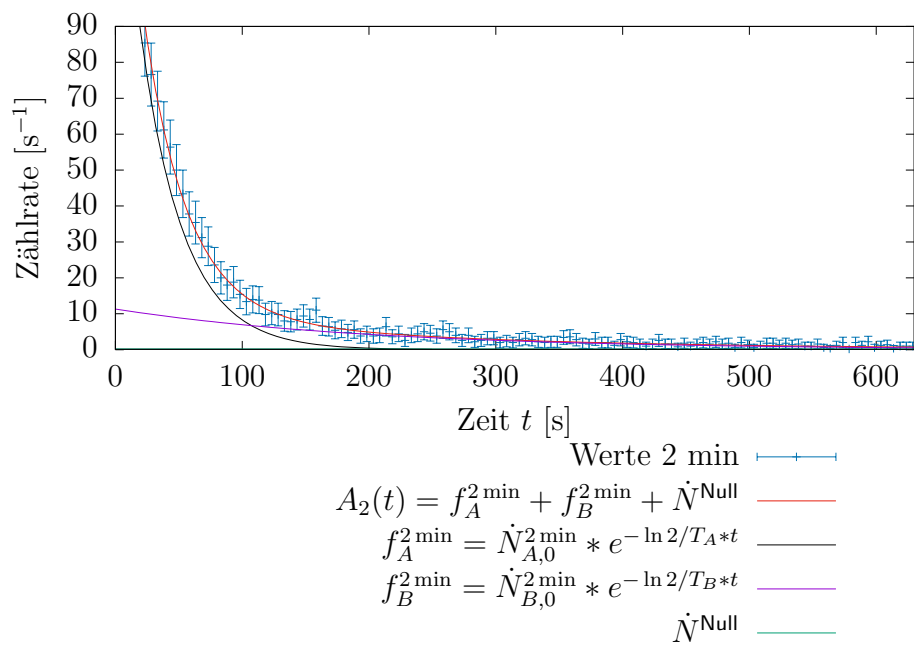


Abbildung 2

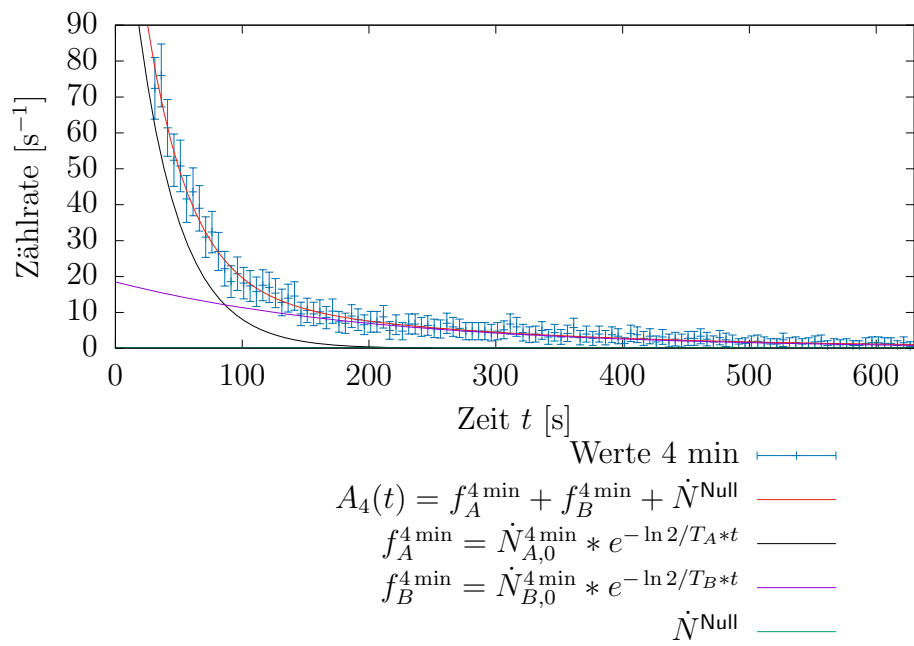


Abbildung 3

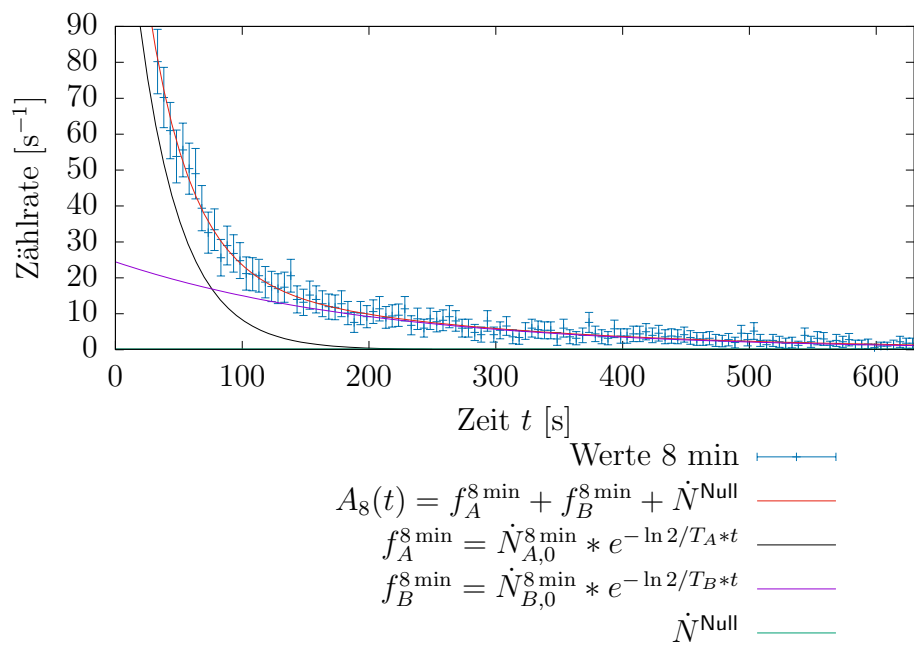


Abbildung 4

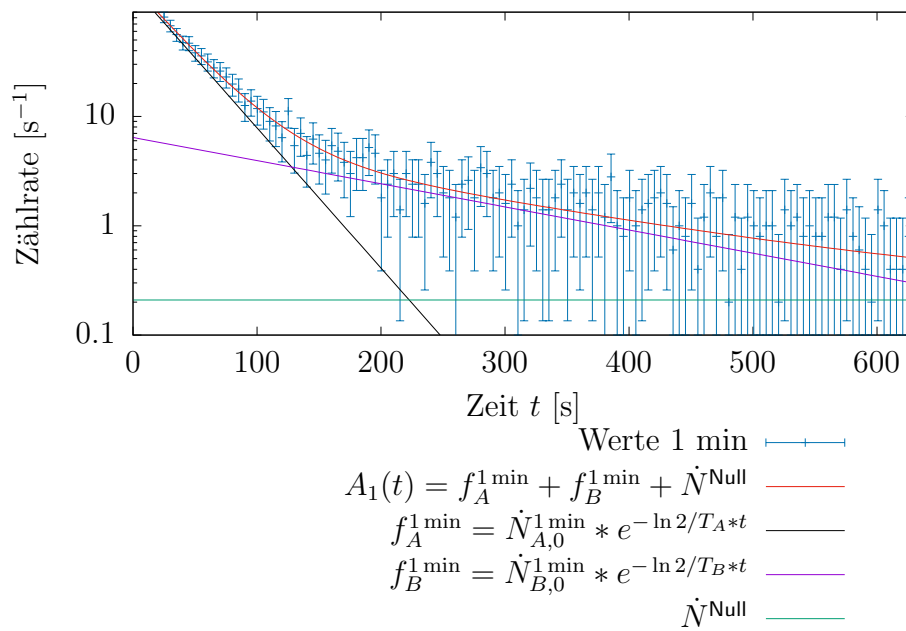


Abbildung 5

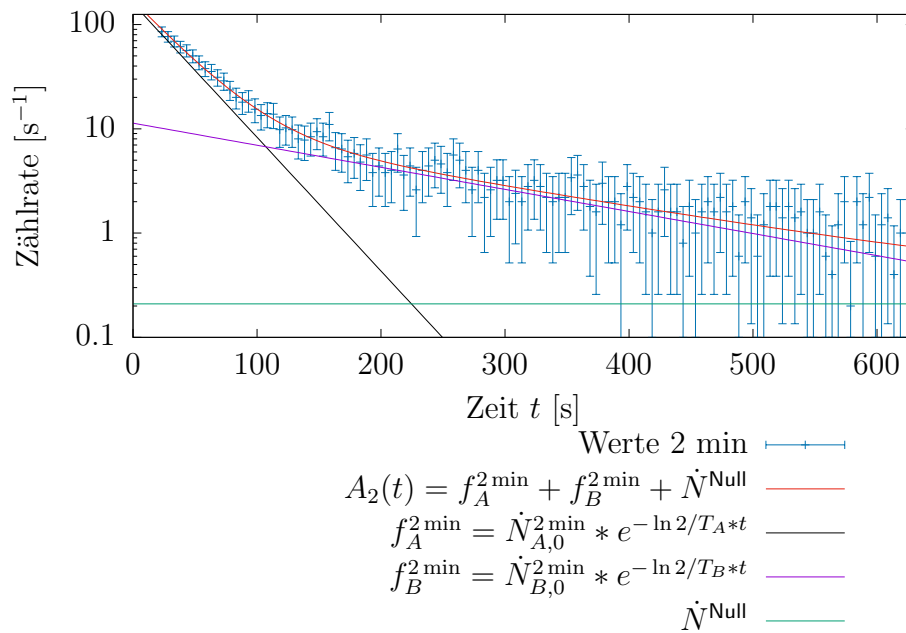


Abbildung 6

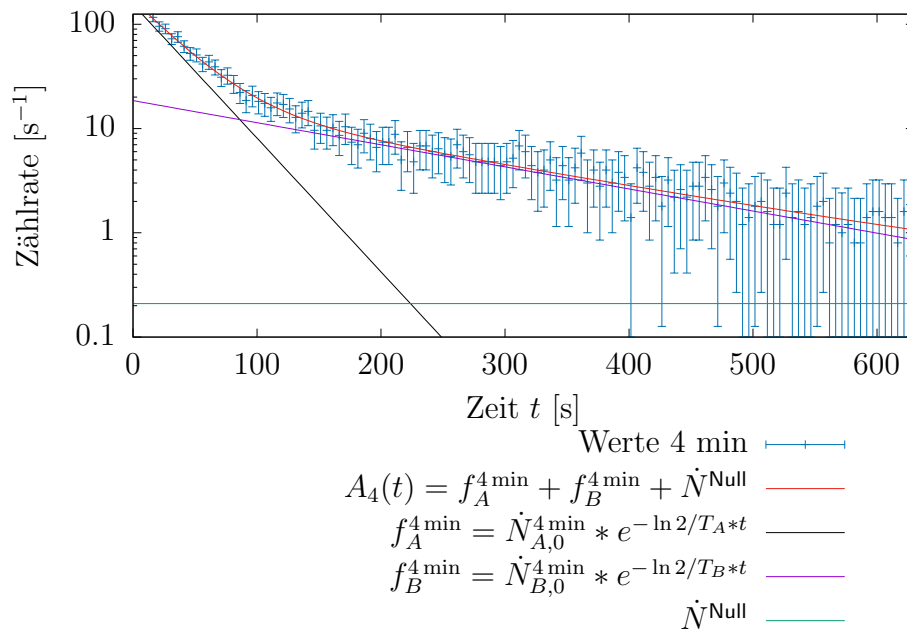


Abbildung 7

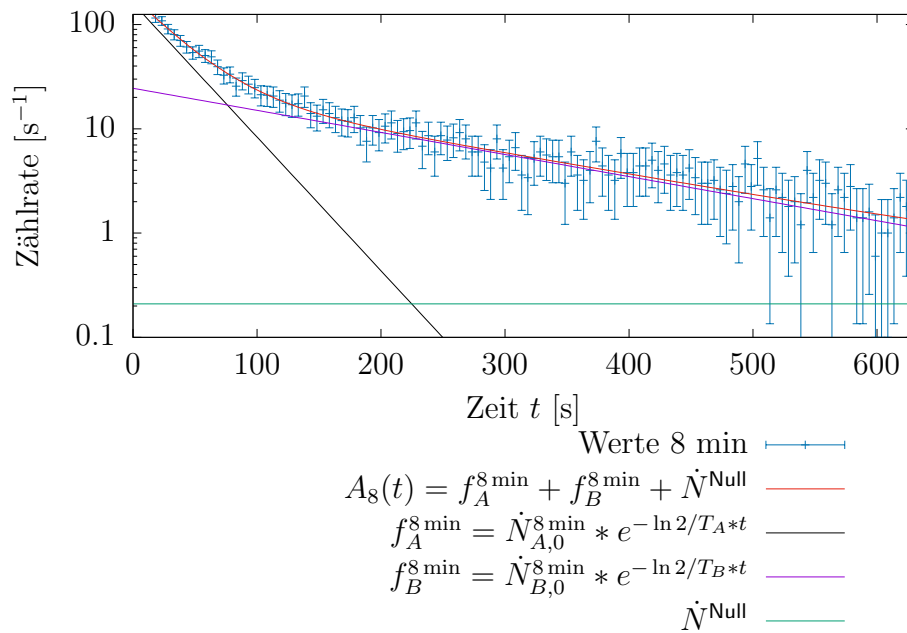


Abbildung 8

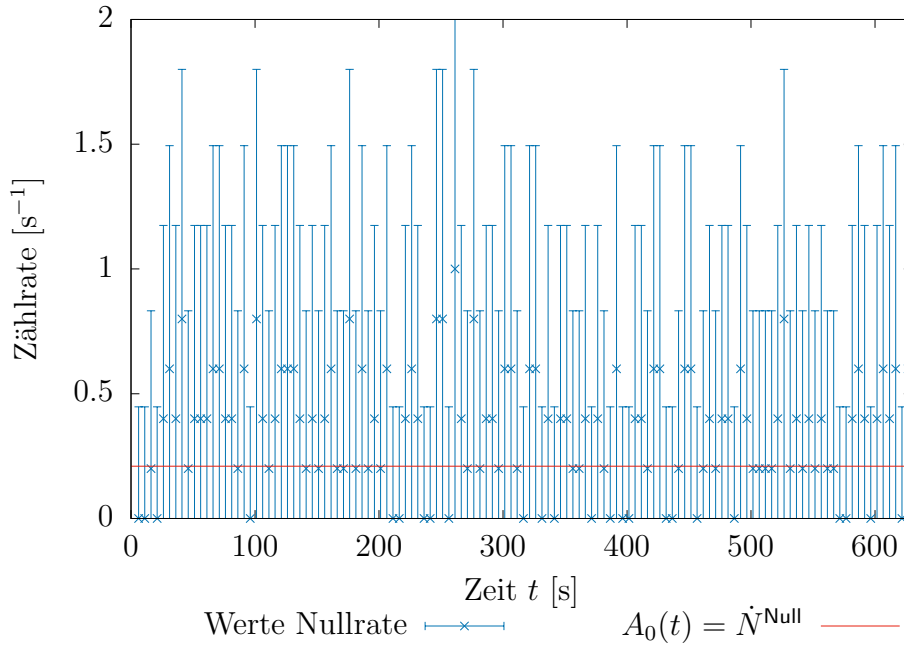


Abbildung 9: Lineare Darstellung der Zählrate ohne Silberplättchen. In rot ist der gewichtete Fit für die Nullrate mit eingezeichnet.

2.4 Aktivierungskurve

Aus den in Tabelle 1 dargestellten Werten für Anfangszählrate und Halbwertszeit soll nun die maximale Anfangszählrate, im Grenzfall unendlich langer Aktivierung, bestimmt werden. Dazu wird jeweils \dot{N}_0 über der Aktivierungszeit τ aufgetragen. An diese Werte wird dann eine χ^2 -Anpassung der Funktion

$$f(\tau) = \dot{N}_0^\infty \left[1 - \exp\left(-\frac{\ln(2)}{T_A} \tau\right) \right] \quad (2)$$

vorgenommen. Das jeweilige T_A wird ebenfalls Tabelle 1 entnommen. In den Abbildungen 10 und 11 sind nun die Ergebnisse für $^{110}_{47}\text{Ag}$ und $^{108}_{47}\text{Ag}$ dargestellt. In Tabelle 2 sind alle erhaltenen Werte zusammengefasst.

Isotop	$\dot{N}_0^\infty \left[\frac{1}{s}\right]$	Fehler $\left[\frac{1}{s}\right]$	reduziertes χ^2
$^{110}_{47}\text{Ag}$	26.4	± 0.4	0.2269
$^{108}_{47}\text{Ag}$	164	± 6	105.906

Tabelle 2: Per χ^2 -Fit bestimmte Werte für die maximale Anfangszählrate

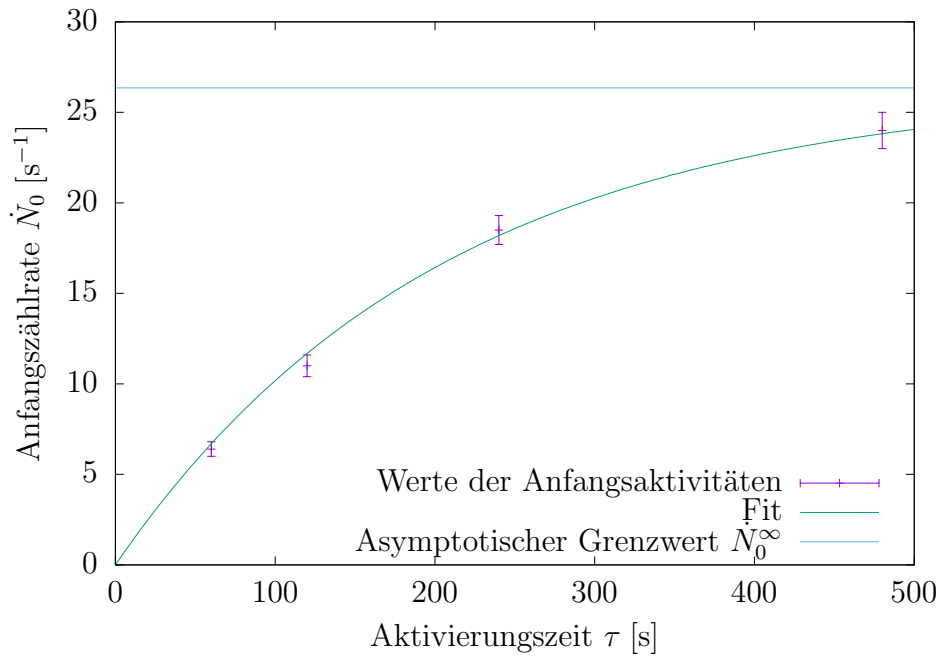


Abbildung 10: Die Grafik zeigt die Werte der Anfangsaktivitäten von ¹¹⁰Ag über der Aktivierungszeit. Zusätzlich sind auch χ^2 -Fit und Grenzwert \dot{N}_0^∞ mit eingezeichnet.

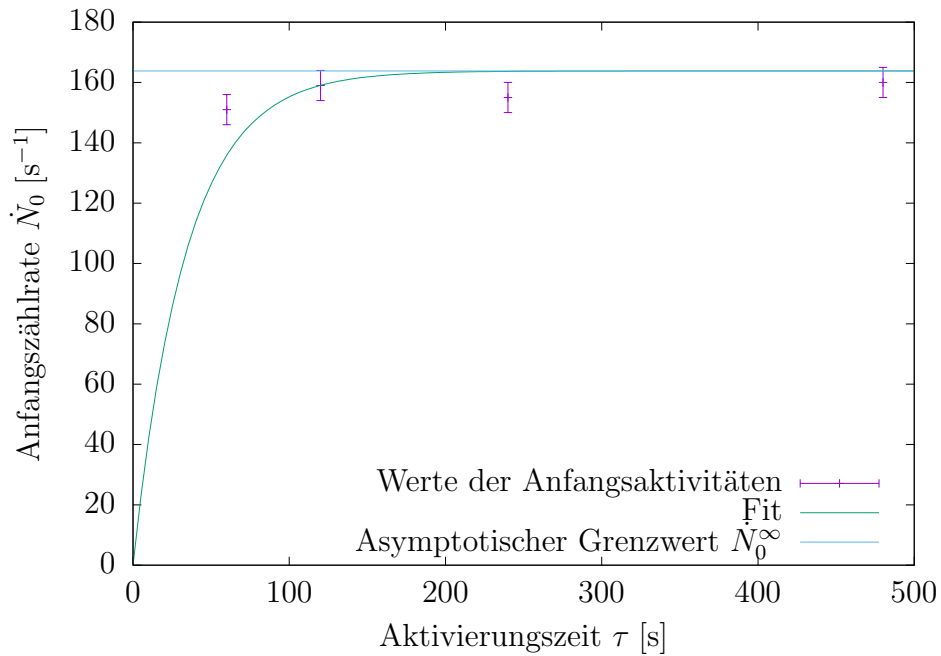


Abbildung 11: Die Grafik zeigt die Werte der Anfangsaktivitäten von ¹⁰⁸Ag über der Aktivierungszeit. Zusätzlich sind auch χ^2 -Fit und Grenzwert \dot{N}_0^∞ mit eingezeichnet.

3 Diskussion

3.1 χ^2 Methode

In der Auswertung wurde an die verschiedenen Messungen ein gemeinsamer χ^2 -Fit gemacht. Dies ist möglich, da der funktionale Zusammenhang des Messdaten vollständig bekannt ist. Die einzelnen Messpunkte des Radioaktiven Zerfalls entsprechen einer Boltzmann-Verteilung. Dementsprechend erwartet man, dass für das reduzierte $\chi^2 = 1$ gilt. Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass stattdessen $\chi_{\text{Fit}}^2 = 0.180$ berechnet wurde. Das χ^2 ist also deutlich kleiner als erwartet wurde. Anschaulich bedeutet das, dass die Messdaten zu wenig gestreut haben. Eine mögliche Erklärung findet sich in der Fehlergröße.

Ganz besonders in den logarithmisch dargestellten Kurven, ist die Überlagerung der beiden Zerfälle der unterschiedlichen Silber-Isotope gut zu erkennen. Zuerst fällt die Kurve steil ab, annähernd mit der Halbwertszeit des kurzlebigen Isotops. Dann gibt es einen Übergangsbereich, in dem dieser Zerfall immer vernachlässigbarer wird. Und schließlich fällt die Kurve ungefähr mit der Halbwertszeit des langlebigeren Isotops, das nach dem Zerfall des Kurzlebigen ja noch verbleibt.

3.2 Maximale Aktivität

In Abbildung 10 ist sehr gut zu erkennen, dass der angenommene funktionale Zusammenhang (2) für $^{110}_{47}\text{Ag}$ tatsächlich gilt. Der Fit liegt bei drei von vier Werten im 1σ -Bereich des Wertes. Das reduzierte χ^2 von 0.22689 liegt für diese statistisch wenig signifikante Anzahl von Datenpunkten im Bereich des Vertretbaren, die angenommene Theorie kann jedoch keine ganz vollständige Beschreibung des Vorgangs sein.

Für $^{108}_{47}\text{Ag}$ ist schon in der Abbildung (Abb.11) zu erkennen, dass der angenommene funktionale Zusammenhang (2) von den Werten nicht gut erfüllt ist. Deswegen ist das reduzierte χ^2 von 105.906 auch deutlich zu groß um diesen Fit als physikalisch sinnvoll zu akzeptieren. Wahrscheinlich gibt es einen zweiten Effekt, der dafür sorgte, dass die maximale Anfangszählrate bereits bei unserer kleinsten Aktivierungszeit von einer Minute erreicht wurde. Wir haben dann also nur noch die Sättigung beobachtet.

3.3 Halbwertszeiten

Mithilfe des χ^2 -Fits in der Auswertung wurden die Halbwertszeiten der zwei Silber-Isotope als Parameter bestimmt. In Tabelle 3 sind die Parameter noch einmal zusammen mit Literaturwerten aufgelistet. Vergleicht man diese miteinander so wird die Qualität der Ergebnisse deutlich. Ein Literaturwert der Halbwertszeit liegt im 1σ -Intervall der gemessenen Halbwertszeit T_B , während der Andere nur im 2σ -Intervall von T_A liegt. Es ist nicht verwunderlich, dass das Ergebnis für die längere Halbwertszeit genauer ist. Schon nach kurzer Zeit ist das kurzlebige Isotop zerfallen und das Langlebige kann ohne

Überlagerungseffekte gemessen werden. Zusätzlich streckt sich der langsamere Zerfall natürlich über mehr Messpunkte und ist damit in den Daten deutlicher beschrieben. Mit höherer Zeitauflösung ließe sich auch die kürzere Halbwertszeit genauer bestimmen.

Isotop	Bestimmte Halbwertszeit [s]	Literaturwert [s]
${}_{47}^{110}\text{Ag}$	142 ± 4	143
${}_{47}^{108}\text{Ag}$	23.5 ± 0.5	24.6

Tabelle 3: Caption