

Versuch 13

Mikrowellen

Praktikanten: Jonas Isensee

Lennart Jahn

E-Mail: jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de

l.jahn@stud.uni-goettingen.de

Betreuer: Kim Poss

Datum: 24.11.2016

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Stehende elektromagnetische Wellen	3
2.2	Hohlraumresonator	4
2.3	Lecherleitung	4
2.4	Wellen in Materialien	4
3	Durchführung	5
3.1	Generelles	5
3.2	Stehende Mikrowellen	5
3.3	Brechungsindex PVC	6
3.4	Lecherleitung	6
4	Auswertung	7
4.1	Feldstärke Messungen	7
4.2	Brechungsindex	9
5	Diskussion	9
5.1	Wellenlängen	9
5.2	Lecherleitung	10
5.3	Brechungsindex	10
5.4	Verbesserungsvorschläge	10
	Literatur	11

1 Einleitung

Mikrowellen spielen im Alltag eine große Rolle, zum Beispiel erwärmen wir mit ihnen Essen. Bei der Reflexion einer Mikrowelle an einer Metallfläche entsteht eine stehende Welle. Deren Energie befindet sich dann zu großen Teilen in den Bäuchen dieser Welle. Dies verhindert eine gleichmäßige Erwärmung von Speisen, weswegen in allen kommerziellen Produkten Drehteller das Essen durch die Wellen rotieren.

In diesem Versuch sollen nun die stehenden Mikrowellen in Luft und auch in einer Leiterleitung genauer untersucht werden.

2 Theorie

2.1 Stehende elektromagnetische Wellen

Die Maxwell'schen Gleichungen im Vakuum (keine Ladungen und Ströme),

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{B} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{div} \vec{E} &= 0 \end{aligned}$$

besitzen (siehe [1] S. 443-445) die eindimensionale harmonische Lösung

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x\right) \quad \vec{B} = \vec{B}_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x\right).$$

Dabei ist c die Ausbreitungsgeschwindigkeit und ω die Kreisfrequenz der Welle. Da $\vec{B} \propto \vec{E}$ wird im folgenden nur noch \vec{E} betrachtet. Lässt man diese Welle gegen eine Metallfläche laufen, so wird sie reflektiert. Dabei ist auf der Metallfläche, wegen ihrer elektrischen Leitfähigkeit, immer $\vec{E} = 0$. Das führt zu einer Phasenverschiebung der reflektierten Welle von $\frac{\pi}{2}$ (siehe [1] S. 447). Durch additive Überlagerung der beiden Wellen und Anwendung einer trigonometrischen Identität erhält man für die resultierende Welle (Metallfläche bei $x = 0$):

$$\vec{E} = 2\vec{E}_0 \sin(\omega t) \sin\left(\frac{\omega}{c}x\right).$$

Die Wellengleichung teilt sich auf in eine räumliche und eine zeitliche Schwingung. Es gibt nun Orte, wo $\vec{E} = 0 \quad \forall t$ und eindeutige Maxima, wo die größtmögliche Elongation angenommen wird. Jenes sind die Knoten, dies die Bäuche. Deren Abstand entspricht der halben Wellenlänge. Diese steht zu v und ω in der Beziehung

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}.$$

2.2 Hohlraumresonator

Ein Hohlraumresonator ist eine metallische Box, in der elektromagnetische Wellen erzeugt werden. In einem Hohlraumresonator werden die Wellen an allen Seiten reflektiert und es bildet sich eine stehende Welle. Weil nun an allen Außenseiten $\vec{E} = 0$ gelten muss, ergibt sich (siehe [1] S. 457) für die möglichen Winkelgeschwindigkeiten die Bedingung

$$\omega = \pi c \sqrt{\frac{i^2}{a^2} + \frac{j^2}{b^2} + \frac{k^2}{c^2}} \quad (1)$$

mit $i, j, k \in \mathbb{N}$ und a, b, c den Abmessungen der Box. Ist die dritte Seite, zwecks Wellenaustritt, offen, muss einfach nur der dritte Summand weggelassen werden. Aufgrund der diskreten Moden, kann mit dem Hohlraumoszillator sehr stabile Schwingungen erzeugen.

2.3 Lecherleitung

Eine Lecherleitung besteht aus zwei parallelen Leitern, die an ihrem Beginn miteinander verbunden sind. Hier soll noch zusätzlich betrachtet werden, dass an einem festen Ende beide Leitungen kurzgeschlossen sind. Koppelt man, über eine Induktionsspule, eine elektromagnetische Welle in die Lecherleitung ein, so entsteht eine Spannungs- und Stromverteilung, deren Frequenz und Wellenlänge der, der ursprünglichen Welle entsprechen. Da $\vec{E} \propto U$ wirkt der Kurzschluss genau wie die Metallfläche in 2.1 und es ergibt sich ebenfalls eine stehende "Spannungswelle" auf der Lecherleitung.

2.4 Wellen in Materialien

Läuft eine elektromagnetische Welle durch ein dielektrisches Material ändert sich ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit c nach [1] S. 502 in

$$c_{\text{Mat}} = \frac{c}{n}.$$

n ist dabei der Brechungsindex des Materials. Zusätzlich wird die Welle zum Lot hin gebrochen. Läuft sie lotrecht auf das Material, ändert sie ihre Bewegungsrichtung nicht. Durch das Einbringen eines Materials mit Dicke d in den Strahlengang entsteht also gegenüber der vorherigen Welle ein Gangunterschied Δx . Es gilt:

$$\frac{c}{n} \frac{1}{d} = c \frac{1}{d + \Delta x}.$$

3 Durchführung

3.1 Generelles

In diesem Versuch wird das elektrische Feld mit einer Feldsonde bestimmt. Da Personen und Gegenstände wegen ihrer Permittivität starken Einfluss auf das Feld haben, muss darauf geachtet werden, in gleichbleibender Sitzposition zu messen und generell die Umgebung während des Versuches nicht zu verändern. Dies schließt mit ein, Mikrowellensender in der Nähe niemals während einer Messreihe ein- und auszuschalten. Wegen der erwärmenden Wirkung der Mikrowellen darf auch nicht direkt in die Hornantenne geblickt werden.

3.2 Stehende Mikrowellen

Der Versuchsaufbau wird, wie in Abb. 1 skizziert, aufgebaut. In der Hornantenne befin-

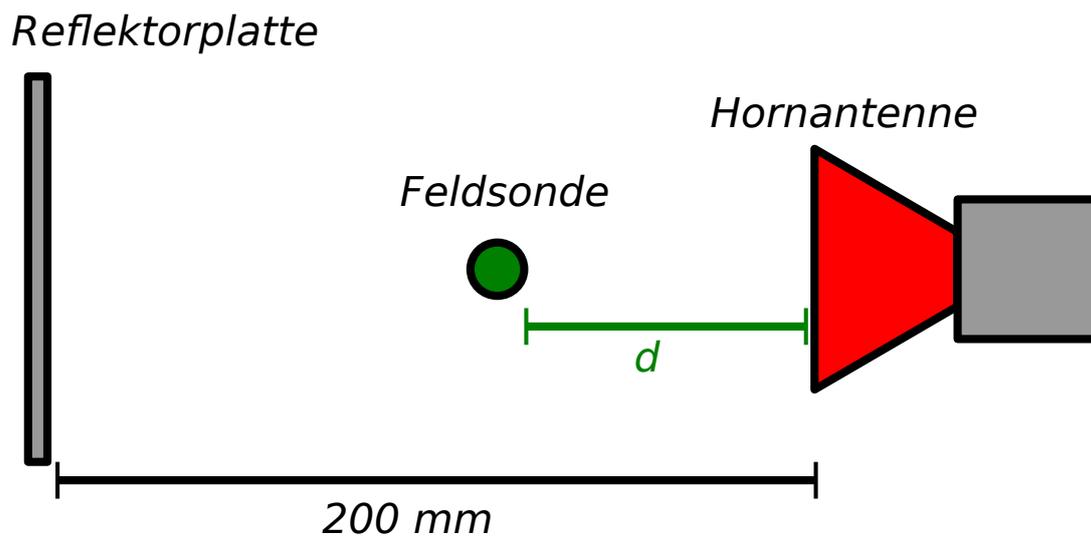


Abbildung 1: Schematischer Aufbau des Versuchs zu stehenden Mikrowellen. Quelle [2]

det sich ein Gunn-Oszillator, mit dem ein Hohlraumresonator auf seiner Grundfrequenz angeregt wird. Er emittiert nun Mikrowellen. Durch Reflexion an einer Metallplatte im Abstand von 20 cm von der Hornantenne, werden stehende Wellen erzeugt. Mit der Feldsonde wird nun das elektrische Feld zwischen Hornantenne und Metallplatte vermessen. Um die Wellenlänge genau bestimmen zu können, wird als erstes in 5 mm Schritten grob über den Bereich zwischen Hornantenne und Metallplatte gemessen. Dann werden je

fünf Maxima und Minima aus der Grobmessung bestimmt und in ihrer Nähe genauer gemessen.

3.3 Brechungsindex PVC

Der Aufbau wird strukturell aus dem vorigen Teil übernommen, lediglich der Abstand zwischen Hornantenne und Metallplatte wird vergrößert, um Platz für die PVC-Platte zu schaffen. Die Feldsonde wird in einem Minimum der stehenden Welle platziert und ihre Position notiert. Dann wird die PVC-Platte zwischen Metallplatte und Feldsonde in den Laufweg der Welle eingebracht. Durch den, von der PVC-Platte verursachten Gangunterschied, verschiebt sich das Minimum nun näher zur Platte hin. Die neue Position wird notiert.

3.4 Lecherleitung

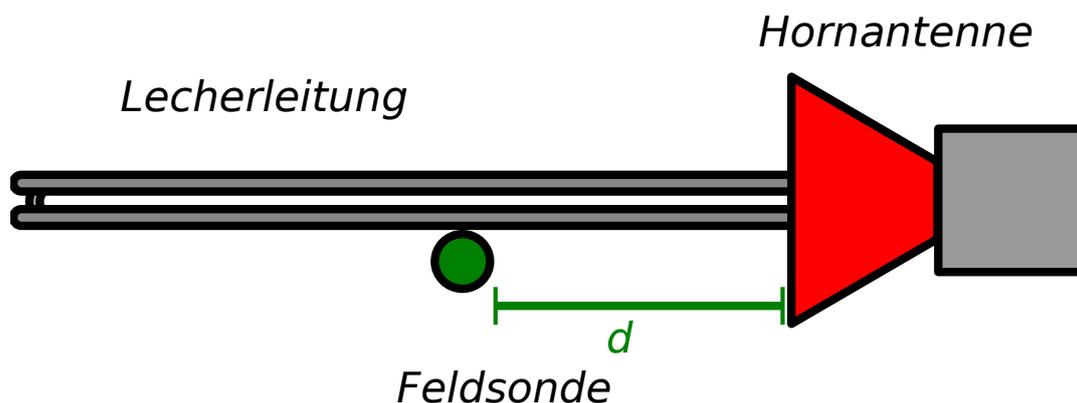


Abbildung 2: Schematischer Aufbau des Versuchs zur Lecherleitung. Quelle [2]

Der Aufbau wird entsprechend Abb. 2 umgebaut. Die Metallplatte wird entfernt und die Lecherleitung mit der Induktionsschleife in die Hornantenne eingebracht. Das elektrische Feld der Lecherleitung zwischen Hornantenne und Kurzschluss wird nun in 2 mm Schritten vermessen.

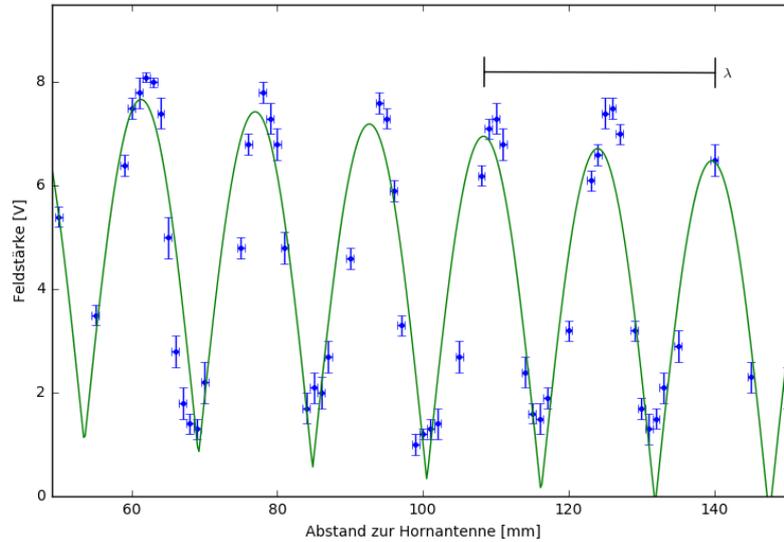


Abbildung 3: Dargestellt ist hier die Ausgangsspannung der E-Feld Sonde über dem Abstand zur Hornantenne. Die Messreihe (blau) wurde mit dem Aufbau mit der Reflektorplatte gemacht. Die Parameter des χ^2 -Fits (grün) sind in Tabelle 1 aufgelistet.

4 Auswertung

4.1 Feldstärke Messungen

In den Abbildungen 3 und 4 sind die gemessenen räumlichen Feldstärkeverteilungen aufgetragen. An der Einheit der Y-Achse fällt auf, dass nicht die tatsächliche Feldstärke, sondern direkt der Messwert in V aufgetragen wurde. Für die Bestimmung der Wellenlänge sind die tatsächlichen Werte nicht von Bedeutung. Die Unsicherheit des Multimeters war durch 1% des Messwertes + 5 mal der letzten angezeigten Ziffer angegeben. Da jedoch die Messwerte zum Teil zeitlich instabil waren, haben wir die Fehler größer abgeschätzt und verwenden im Folgenden, die im Messprotokoll angegebenen Fehler. Den Fehler des Abstandes x schätzen wir mit einem halben Skalenteil des Lineals, also $\sigma_x = 0.5$ mm, ab.

Neben den Messwerten wurde zusätzlich jeweils ein χ^2 -Fit von der Form:

$$f(x) = a \left| \sin \left(\frac{2\pi}{b} x + c \right) \right| + d + ex$$

mit der Python-Bibliothek Matplotlib erstellt und abgebildet. Die Parameter sind samt ihrer Unsicherheiten in Tabelle 1 aufgelistet.

Um eine hinreichende Qualität der Fits zu gewährleisten, mussten besonders für die Parameter aus Abb. 4 gute Schätzungen gemacht werden, da sonst andere lokale Minima

der χ^2 -Funktion gefunden wurden. Außerdem wurde die Form des Parameters b in der obigen Formel so gewählt, dass er direkt der Wellenlänge λ entspricht. Da die Elektrische Feldstärke mit der Wechselspannungseinstellung des Multimeters gemessen wurde, entsprechen die Messwerte dem Betrag der Amplitude des elektrischen Feldes.

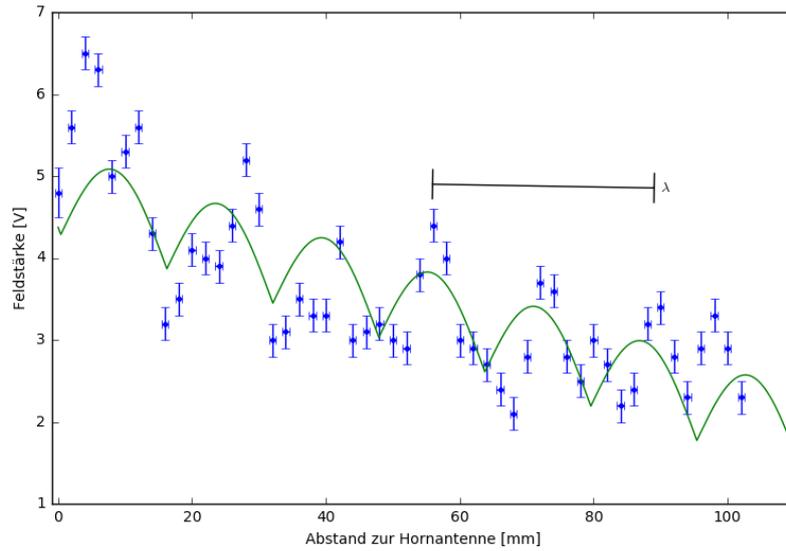


Abbildung 4: Dargestellt ist hier die Ausgangsspannung der E-Feld Sonde über dem Abstand zur Hornantenne. Die Messreihe (blau) wurde mit dem Aufbau mit der Lecherleitung gemacht. Die Parameter des χ^2 -Fits (grün) sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Parameter	a	b	c	d	e
mit Wand	6.8 ± 0.4	31.3 ± 0.2	1.8 ± 0.2	1.8 ± 0.6	-0.015 ± 0.005
Lecherleitung	1 ± 0.3	31.7 ± 0.8	3.1 ± 0.3	4.3 ± 0.3	-0.026 ± 0.004

Tabelle 1: Aufgelistet sind hier die Parameter der χ^2 -Fits aus den Abbildungen 3 und 4.

Aus den Abmessungen des Hohlraumresonators, die im Praktikumshandbuch angegeben waren, und mithilfe von Abschnitt 2.2 lässt sich auch eine theoretische Vorhersage für die Wellenlänge λ der Mikrowellen machen. Dann gilt für die Grundschwingung, also $i = 1, j = 1$, und Breite $a = 23 \pm 0.2$ mm und der Höhe $b = 22 \pm 0.2$ mm des Resonators:

$$\lambda_{\text{theo}} = \frac{2\pi c}{\omega} = 2\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}^{-1}.$$

Nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung ist die Unsicherheit dann:

$$\sigma_{\lambda_{\text{theo}}} = \sqrt{\sigma_a^2 \frac{4}{a^6 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)^3} + \sigma_b^2 \frac{4}{b^6 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)^3}}.$$

Die Ergebnisse der Messungen sowie der theoretischen Berechnungen sind in Tabelle 2 zum Vergleich dargestellt.

$\lambda_{\text{mit Wand}}$	$31.3 \pm 0.2 \text{ mm}$
$\lambda_{\text{Lecherleitung}}$	$31.7 \pm 0.8 \text{ mm}$
λ_{theo}	$32.5 \pm 0.2 \text{ mm}$

Tabelle 2: Aufgelistet sind hier die Wellenlängen der Mikrowellen, die sich aus den zwei verschiedenen Experimenten, sowie der theoretischen Berechnung ergeben.

4.2 Brechungsindex

Zur Bestimmung des Brechungsindex von PVC wurde der Abstand zwischen einem Minimum des elektrischen Feldes und dem verschobenen Minimum nach einbringen der PVC Platte in den Strahlengang gemessen. Er wurde zu $\Delta x = 13 \pm 1 \text{ mm}$ bei einer PVC Platte mit der Dicke $d = 20 \text{ mm}$ bestimmt. Die Formel für den Brechungsindex ist nach Abschnitt 2.4:

$$n = \frac{d + \Delta x}{d}.$$

Und nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung gilt:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_{\Delta x}}{d}.$$

Somit ergibt sich für den Brechungsindex von PVC der Wert $n = 1.65 \pm 0.05$.

5 Diskussion

5.1 Wellenlängen

Die Wellenlängen der Mikrowellen, die auf drei verschiedene Weisen ermittelt wurden, sind in Tabelle 2 aufgelistet. Die Differenzen zwischen den Werten sind relativ zur Größe der Werte klein. So ist die relative Differenz zwischen dem größten und kleinsten Wert nur

$$2 \frac{(\lambda_{\text{theo}} - \lambda_{\text{mit Wand}})}{\lambda_{\text{theo}} + \lambda_{\text{mit Wand}}} = 0.04 = 4\%.$$

Da jedoch die 1σ -Umgebung der Messung mit der Wand sehr klein ist, liegen sie nur in einer 6σ -Umgebung des theoretischen Werts. Dies rührt vermutlich daher, dass die Unsicherheit des Abstands zur Hornantenne als zu klein abgeschätzt wurde oder systematische Fehler nicht erkannt wurden.

5.2 Lecherleitung

Auffällig an dem Verlauf der elektrischen Feldstärke entlang der Lecherleitung, dargestellt in Abb. 4, ist, dass die Amplitude der Messwerte mit wachsendem Abstand zur Hornantenne abnimmt. Außerdem weisen die Messpunkte deutlich größere Abweichungen gegenüber dem Fit auf, als es bei dem ersten Teil des Experiments der Fall war. Eine mögliche Erklärung wäre, dass die Drähte der Lecherleitung einen ohmschen Widerstand haben, der mit zunehmenden Abstand zur Hornantenne die Amplitude der stehenden Welle immer weiter dämpfen. Außerdem existiert neben der stehenden Welle der Lecherleitung auch die laufende elektromagnetische Welle, die im vorherigen Experiment genutzt wurde. Diese könnte die größeren Abweichungen zu den erwarteten Messwerten bewirkt haben.

5.3 Brechungsindex

Eine Schwierigkeit bei der Bestimmung des verschobenen Minimums war, dass die PVC-Platte die rücklaufende Welle nicht nur verzögert, sondern auch gedämpft hat. In Folge dessen, war die Amplitude der stehenden Welle deutlich kleiner und das Minimum schwieriger zu bestimmen. Mangels eines Literaturwertes lässt sich der Qualität des Brechungsindex von $n = 1.65 \pm 0.05$ nicht bestimmen.

5.4 Verbesserungsvorschläge

Eine Möglichkeit die Qualität der Messwerte für die Lecherleitung zu verbessern, wäre zum Beispiel, sie mit einem Winkel anstatt senkrecht in die Hornantenne zu stecken. Auf diese Weise würde die stehende Welle in der Lecherleitung weniger von der laufenden Welle in der umgebenden Luft beeinflusst werden. Dies könnte überprüft werden und evtl. als Hinweis in die Anleitung übernommen werden. Eine weitere Idee wäre, die verschiedenen Versuchsaufbauten weiter voneinander entfernt aufzubauen, da dies höchst wahrscheinlich die Untergrundstörungen senken würde, was jedoch aufgrund der räumlichen Begebenheiten schwieriger umzusetzen wäre.

Literatur

- [1] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, Springer Spektrum 2015
- [2] Hupe, Lukas, *Stehende Wellen und Lecherleitung*, ©LUKASARTS, Göttingen, 17.11.16