

GRUNDPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK  
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

---

**Versuch 19**  
**Spezifische Elektronenladung**

---

Praktikanten: Jonas Isensee

Lennart Jahn

E-Mail: jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de

l.jahn@stud.uni-goettingen.de

Betreuerin: Tom Bombadil

Datum: 03.05.2017

Testat:

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>3</b>
2.1. Helmholtz-Spulenpaar . . . . .	3
2.2. Elektronen im B-Feld . . . . .	3
2.3. Spezifische Elektronenladung . . . . .	4
2.4. Elektronenkanone und Strahlfokussierung . . . . .	4
<b>3. Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4. Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1. Berechnung der spezifischen Elektronenladung . . . . .	6
4.2. Berechnung des B-Felds . . . . .	7
<b>5. Diskussion</b>	<b>8</b>
5.1. Allgemeines . . . . .	8
5.2. Systematische Fehler . . . . .	8
5.3. Verbesserungsvorschläge . . . . .	8
<b>Literatur</b>	<b>8</b>
<b>A. Tabelle</b>	<b>10</b>

---

# 1. Einleitung

Dieser Versuch dient der Untersuchung der spezifischen Elektronenladung. Dafür wird die Methode verwendet, die von J.J. Thompson tatsächlich zur erstmaligen Bestimmung der spezifischen Elektronenladung verwendet wurde.

## 2. Theorie

### 2.1. Helmholtz-Spulenpaar

Das Helmholtz-Spulenpaar erzeugt im Inneren ein bis zur zweiten Ordnung homogenes Magnetisches Feld der Flussdichte

$$B = \mu_0 \frac{8IN}{\sqrt{125}R}, \quad (1)$$

wobei  $\mu_0$  für die magnetische Permeabilität und  $I$  für den Spulenstrom steht.  $N$  und  $R$  stehen für die Spulendaten, Windungszahl und Radius (vgl. [2] S. 92 (3.22c)). Dieser Wert für das Zentrum des Spulenpaars wird näherungsweise auch für die innere zentrale Ebene angenommen.

### 2.2. Elektronen im B-Feld

Auf Elektronen im  $\vec{B}$ -Feld wirkt die Lorentz-Kraft  $\vec{F}_L$ . Diese zwingt die Elektronen als Zentripetalkraft  $\vec{F}_Z$  auf eine Kreisbahn. Es gilt:

$$F_{\text{LORENTZ}} = F_{\text{ZENTRIPETAL}} \quad (2)$$

Da das  $\vec{B}$ -Feld im Versuch immer senkrecht senkrecht zur Bahnebene der Elektronen steht und auch die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der Radius  $r$  immer senkrecht zueinander sind, vereinfachen sich die Formeln für  $\vec{F}_L$  und  $\vec{F}_Z$  und es gilt:

$$\begin{aligned} |\vec{F}_L| &= e \cdot |\vec{v} \times \vec{B}| = evB \\ |\vec{F}_Z| &= m \cdot |\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})| = m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}. \end{aligned}$$

Dabei stehen  $e$  für die Ladung,  $m$  für die Masse und  $v$  für die Geschwindigkeit des Elektrons.

---

### 2.3. Spezifische Elektronenladung

Die spezifische Elektronenladung bezeichnet den Quotienten  $e/m$  aus Ladung und Masse des Elektrons. Sie kann aus der Kreisbahn des Elektrons im  $\vec{B}$ -Feld berechnet werden. Für nichtrelativistische Geschwindigkeiten (also geringe Beschleunigungsspannungen) gilt:

$$E_{\text{KIN}} = \frac{1}{2}mv^2 = eU = E_{\text{BESCHLEUNIGUNG}}$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{2Ue/m}. \quad (3)$$

Durch Einsetzen von (1) in (2), Umformen nach  $v$  und anschließendes Gleichsetzen mit (3) ergibt sich dann folgende Relation für die spezifische Elektronenladung:

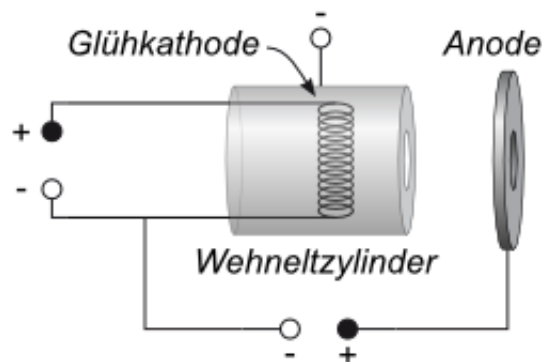
$$e/m = \left( \frac{125}{32} \frac{R^2}{N^2 \mu_0^2} \right) \cdot \frac{U}{r^2 I^2}. \quad (4)$$

### 2.4. Elektronenkanone und Strahlfokussierung

Eine Elektronenkanone erzeugt einen fokussierten Elektronenstrahl. In Abbildung 1 ist eine schematische Zeichnung des inneren Aufbaus zu sehen.

Um einen fokussierten Elektronenstrahl zu erzeugen, wird eine Glühkathode erhitzt, bis genügend Elektronen aus ihr austreten um einen Strahl verwendbarer Intensität zu erhalten. Diese werden dann durch eine Potentialdifferenz zu einer Anode hin beschleunigt. Um den Strahl zusätzlich zu fokussieren, wird ein Wehnelt-Zylinder eingesetzt, der über ein abstoßendes Potential die Elektronen fokussiert.

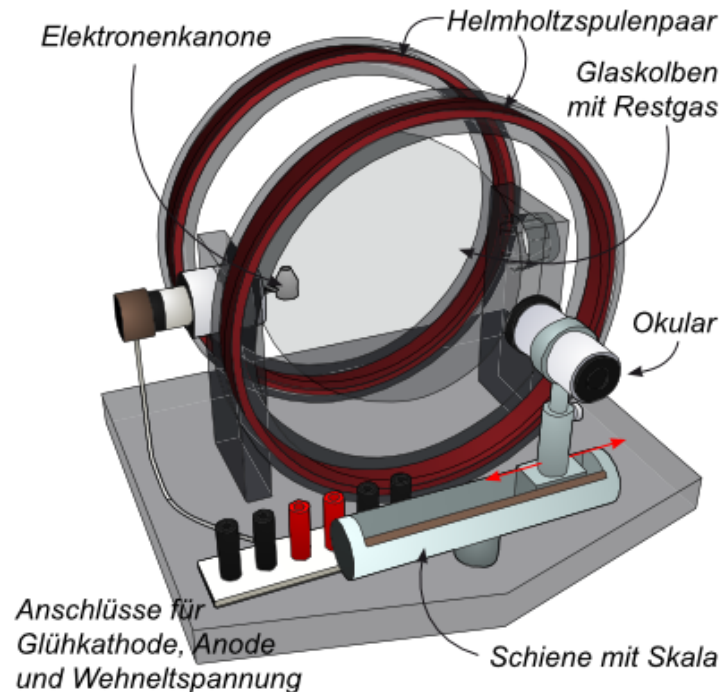
Nach dem Austritt aus der Elektronenkanone wirkt – durch die Elektronen ionisiertes – Gas als eine Art Wehnelt-Zylinder, der dafür sorgt, dass der Strahl weiterhin fokussiert bleibt.



**Abbildung 1:** Schematische Zeichnung der Elektronenkanone. Quelle [1]

---

### 3. Durchführung



**Abbildung 2:** Darstellung des Aufbaus ohne Steuergeräte für Spannung und Strom.  
Quelle: [1]

**Aufbau:** Abbildung 2 zeigt eine schematische Zeichnung des verwendeten Versuchsaufbaus. Zentrales Element ist der nahezu evakuierte Glaskolben in der Mitte. Darin befindet sich ein Gas, das von den hindurchfliegenden Elektronen zum Leuchten angeregt wird, sodass ihre Bahnkurve als Leuchtstreifen sichtbar wird. Ebenfalls im Inneren des Kolbens befindet sich die Elektronenkanone, aus der die Elektronen austreten. Sie ist durch luftdicht angeschlossene Kabel von außen beschaltbar. Um den Kolben herum, steht das Helmholtz-Spulenpaar, das das im Inneren des Kolbens möglichst homogene Magnetfeld erzeugt. Vor dem Kolben ist eine Schiene so befestigt, dass sie sich bei angemessener Benutzung nicht relativ zum Glaskolben verschiebt. Darauf sitzt ein Okular mit Fadenkreuz, durch das der Strahl vergrößert betrachtet und anvisiert werden kann. Mittels einer Skala auf der Schiene kann somit ein Abstand gemessen werden.

Im Bild nicht zu sehen sind die Steuergeräte, mit denen der Aufbau betrieben wird. Mit einer regelbaren Stromversorgung kann das Magnetfeld des Helmholtz-Spulenpaares eingestellt werden. Zur Beschaltung der Elektronenkanone ist mehr Aufwand nötig. Zur Beheizung der Glühkathode wird eine Wechselspannung angelegt. Beschleunigungsstrecke und Wehnelt-Zylinder werden mit Gleichspannung versorgt.

---

**Vorbereitung:** Um den Aufbau vorzubereiten, wird die Glühkathode langsam durch Erhöhen des Heizungsstroms aufgeheizt. Dann kann die Anodenspannung eingeschaltet werden und die Elektronenkanone emittiert einen Elektronenstrahl. Der Wehnelt-Zylinder wird so eingestellt, dass er den Strahl optimal fokussiert. Schließlich muss noch das Okular auf die richtige Höhe eingestellt werden, damit tatsächlich der Durchmesser und nicht nur irgendeine Sekante des Kreises gemessen wird. Es wird noch die genaue Austrittsposition des Elektronenstrahls vermessen, dann ist der Aufbau bereit für die Messungen.

**Messung:** Zu Beginn werden Spulenstrom und Anodenspannung in groben Schritten variiert, um festzustellen, in welchen Bereichen sich der Kreis vollständig im Zylinder befindet und die Sicht nicht zu sehr durch Reflexionen, zum Beispiel der Glühkathode innen am Kolben, gestört wird. Dann wird ein gut verwendbarer Spulenstrom eingestellt und die Anodenspannung über den gesamten verwendbaren Bereich variiert. Dabei wird der Radius in Abhängigkeit von der Anodenspannung notiert. Diese Messung wird für einen zweiten Spulenstrom wiederholt. Anschließend wird eine gut verwendbare Anodenspannung eingestellt und der Spulenstrom variiert. Dabei wird der Radius in Abhängigkeit vom Spulenstrom notiert. Auch diese Messung wird mit einer anderen Anodenspannung wiederholt.

## 4. Auswertung

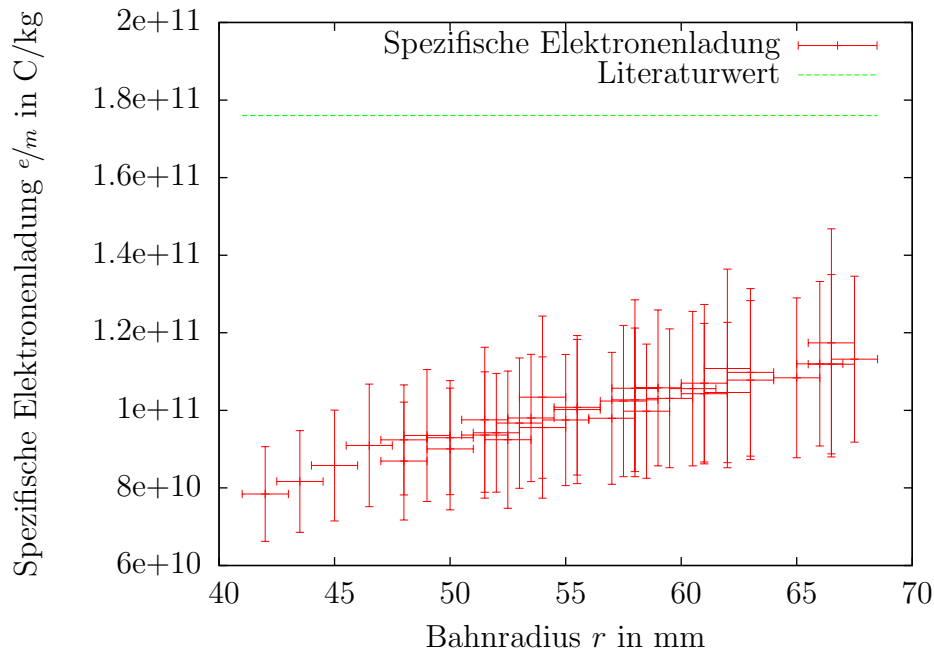
### 4.1. Berechnung der spezifischen Elektronenladung

Die Spannung  $U$ , der Spulenstrom  $I$  und der Radius  $r$  sind fehlerbehaftet. Durch Fehlerfortpflanzung ergibt sich also für den Fehler von  $e/m$ :

$$\sigma_{e/m} = \sqrt{\sigma_U^2 \frac{c^2}{r^4 I^4} + \sigma_r^2 \frac{4c^2 U^2}{r^6 I^4} + \sigma_I^2 \frac{4c^2 U^2}{r^4 I^6}} \quad \text{mit} \quad c := \left( \frac{125}{32} \frac{R^2}{N^2 \mu_0^2} \right). \quad (5)$$

Mit den gemessenen Werten und den Angaben zu  $R$  und  $N$  wurde für jedes gemessene Tripel  $U, I, r$  die spezifische Elektronenladung  $e/m$  mit Fehler berechnet. Die umfangreichen Ergebnisse sind im Anhang in Tabelle A dargestellt. Der gewichtete Mittelwert über alle Ergebnisse für die spezifische Elektronenladung ist:

$$e/m = (9.7 \pm 0.3) \cdot 10^{10} \text{ C/kg}. \quad (6)$$



**Abbildung 3:** Die Einzelnen Ergebnisse für  $e/m$  sind hier über dem Bahnradius  $r$  aufgetragen (rot). Zusätzlich ist der Literaturwert für  $e/m \approx 1.759 \cdot 10^{11}$  C/kg in grün dargestellt. (Quelle: [3])

## 4.2. Berechnung des B-Felds

Nun soll noch für ein Wertepaar der Literaturwert  $e/m = 1.759 \cdot 10^{11}$  C/kg als bekannt angenommen werden und das Magnetfeld  $B$  berechnet werden. Aus den Formeln (2) und (3) ergibt sich für diese Kontrollrechnung:

$$B = \frac{v}{r(e/m)} = \frac{1}{r} \sqrt{2U(m/e)}$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_r^2 \frac{2U}{r^4(e/m)} + \frac{\sigma_U^2}{(e/m)2Ur^2}}$$

Wir wählen das Wertepaar 259 V mit Durchmesser 135 mm und spezifischer Elektronenladung  $1.1 \cdot 10^{11}$  C/kg. Es liegt in der oberen Mitte unserer Ergebnisse für  $e/m$  und damit gleichzeitig möglichst nah am Literaturwert und am gewichteten Mittelwert. Der erwartete Wert nach (1) ist  $B_{\text{Theo}} = 1020 \mu\text{T}$ . Tatsächlich ist die magnetische Feldstärke nach obiger Formel aber  $B_r = 800 \pm 20 \mu\text{T}$ .

---

## 5. Diskussion

### 5.1. Allgemeines

Unser Ergebnis für  $e/m$  liegt deutlich unter dem Literaturwert. Dieser liegt erst im  $4\sigma$ -Bereich unseres Wertes.

In Abbildung 3 ist der berechnete Wert von  $e/m$  über dem Radius der Messung aufgetragen. Es wird deutlich, dass die Werte für  $e/m$  meist in ihren gegenseitigen  $1\sigma$  Intervallen liegen. Das spricht für die Qualität der Messungen. Trotzdem ist der Literaturwert nur im  $3\sigma$  Bereich der Messwerte. Daher können wir hier von einem systematischen Fehler ausgehen.

### 5.2. Systematische Fehler

In Abbildung 3 erkennt man auch, dass die Werte nicht nur zu tief liegen, sondern zusätzlich auch mit zunehmendem Radius steigen. Das Ansteigen des Wertes in Abhängigkeit vom Radius kann zum Beispiel in Inhomogenitäten im Magnetfeld begründet sein. Das Magnetfeld wurde von uns als konstant angenommen, tatsächlich wird die Flussdichte aber zum Rand hin geringer. In einem schwächeren Magnetfeld beschreiben die Elektronen einen größeren Kreis,  $e/m$  wird also größer (siehe (4)). Weiterhin kommt es am Glaskolben zu Brechung, wodurch die absolute Position des Elektronenstrahls ebenfalls radiusabhängig verschoben wird. Das erklärt die radiusabhängige Änderung des Wertes.

Das der Wert generell zu niedrig liegt, kann zum Beispiel daran liegen, dass das Magnetfeld der Spule grundsätzlich, auch in der Mitte, den theoretischen Wert nie erreicht und überall zu niedrig ist. Dies zeigt sich auch in Abschnitt 4.2, wo der theoretisch erwartete Wert deutlich über dem aus der Messung zurückbestimmten Wert liegt.

### 5.3. Verbesserungsvorschläge

Eine besondere Herausforderung des Versuches war die Bedienung des Aufbaus. Einige Praktikanten hatten Schwierigkeiten, die Elektronenstrahlen sichtbar zu machen. Hier wäre eine ausführlichere Versuchsanleitung hilfreich. So musste zum Beispiel die Heizspannung auf das Maximum aufgedreht werden und die Stromquelle für die Helmholtz-Spulen musste um mehrere Umdrehungen aufgedreht werden.

## Literatur

- [1] <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4081> abgerufen am 05.05.17  
Autor: Peter Schaaf, Jörn Große-Knetter; Umsetzung: Mira Prior
- [2] Experimentalphysik 2, *Wolfgang Demtröder*, 6. Auflage, Springer-Verlag



---

[3] [https://de.wikipedia.org/wiki/Spezifische.Ladung](https://de.wikipedia.org/wiki/Spezifische_Ladung)  
Zugriffsdatum: 05.05.17

## A. Tabelle

In der folgenden Tabelle sind alle Messwerte, sowie die daraus bestimmten Werte für die spezifische Elektronenladung aufgelistet.

$U_{\text{BESCHLEUNIGUNG}}$ in V	$I_{\text{SPULE}}$ in A	$d = \varnothing_{\text{KREIS}}$ in mm	$e/m$ in C/kg
129 ± 0.9	0.77 ± 0.07	96 ± 2	$(8.7 \pm 1.6) \cdot 10^{10}$
145 ± 0.1	0.77 ± 0.07	100 ± 2	$(9.0 \pm 1.6) \cdot 10^{10}$
160 ± 1	0.77 ± 0.07	103 ± 2	$(9.4 \pm 1.7) \cdot 10^{10}$
175 ± 1.1	0.77 ± 0.07	106 ± 2	$(9.7 \pm 1.7) \cdot 10^{10}$
190 ± 1.2	0.77 ± 0.07	110 ± 2	$(9.8 \pm 1.7) \cdot 10^{10}$
205 ± 1.3	0.77 ± 0.07	114 ± 2	$(9.8 \pm 1.7) \cdot 10^{10}$
220 ± 1.3	0.77 ± 0.07	117 ± 2	$(1.0 \pm 0.2) \cdot 10^{11}$
235 ± 1.4	0.77 ± 0.07	119 ± 2	$(1.0 \pm 0.2) \cdot 10^{11}$
250 ± 1.5	0.77 ± 0.07	122 ± 2	$(1.0 \pm 0.2) \cdot 10^{11}$
259 ± 1.5	0.77 ± 0.07	124 ± 2	$(1.0 \pm 0.2) \cdot 10^{11}$
259 ± 1.5	0.68 ± 0.07	135 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
245 ± 1.5	0.68 ± 0.07	132 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
230 ± 1.4	0.68 ± 0.07	130 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
215 ± 1.3	0.68 ± 0.07	126 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
200 ± 1.2	0.68 ± 0.07	122 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
185 ± 1.2	0.68 ± 0.07	118 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
170 ± 1.1	0.68 ± 0.07	115 ± 2	$(1.0 \pm 0.2) \cdot 10^{11}$
155 ± 1	0.68 ± 0.07	111 ± 2	$(1.0 \pm 0.2) \cdot 10^{11}$
140 ± 0.9	0.68 ± 0.07	108 ± 2	$(9.6 \pm 1.9) \cdot 10^{10}$
128 ± 0.9	0.68 ± 0.07	105 ± 2	$(9.2 \pm 1.8) \cdot 10^{10}$
130 ± 0.9	0.48 ± 0.06	133 ± 2	$(1.2 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
130 ± 0.9	0.53 ± 0.07	124 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
130 ± 0.9	0.58 ± 0.07	116 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
130 ± 0.9	0.63 ± 0.07	108 ± 2	$(1.0 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
130 ± 0.9	0.68 ± 0.07	103 ± 2	$(9.8 \pm 1.9) \cdot 10^{10}$
130 ± 0.9	0.73 ± 0.07	98 ± 2	$(9.4 \pm 1.8) \cdot 10^{10}$
130 ± 0.9	0.78 ± 0.07	93 ± 2	$(9.1 \pm 1.6) \cdot 10^{10}$
130 ± 0.9	0.83 ± 0.07	90 ± 2	$(8.6 \pm 1.5) \cdot 10^{10}$
130 ± 0.9	0.88 ± 0.07	87 ± 2	$(8.2 \pm 1.4) \cdot 10^{10}$
130 ± 0.9	0.93 ± 0.07	84 ± 2	$(7.9 \pm 1.3) \cdot 10^{10}$
200 ± 1.2	0.61 ± 0.07	133 ± 2	$(1.2 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
200 ± 1.2	0.65 ± 0.07	126 ± 2	$(1.1 \pm 0.3) \cdot 10^{11}$
200 ± 1.2	0.69 ± 0.07	121 ± 2	$(1.1 \pm 0.2) \cdot 10^{11}$
200 ± 1.2	0.73 ± 0.07	116 ± 2	$(1.0 \pm 0.19) \cdot 10^{11}$
200 ± 1.2	0.77 ± 0.07	111 ± 2	$(1.0 \pm 0.18) \cdot 10^{11}$
200 ± 1.2	0.81 ± 0.07	107 ± 2	$(9.8 \pm 1.7) \cdot 10^{10}$
200 ± 1.2	0.85 ± 0.07	104 ± 2	$(9.4 \pm 1.6) \cdot 10^{10}$
200 ± 1.2	0.89 ± 0.07	100 ± 2	$(9.3 \pm 1.5) \cdot 10^{10}$
200 ± 1.2	0.93 ± 0.07	96 ± 2	$(9.2 \pm 1.5) \cdot 10^{10}$