

GRUNDPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK  
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

---

**Versuch 21**  
**Balmer Serie**

---

Praktikanten: Jonas Isensee  
Lennart Jahn  
E-Mail: jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de  
l.jahn@stud.uni-goettingen.de  
Betreuerin: Lord Vader  
Datum: 18.05.2017

Testat:

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Gitterspektrometer . . . . .	3
2.2	Energieniveaus in H-Atom . . . . .	3
2.3	Rydberg-Formel . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1	Charakterisierung des Gitters . . . . .	6
4.2	Balmerserie und Rydberg-Konstante . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>8</b>
5.1	Rydbergkonstante . . . . .	8
5.2	Zusätzliche Linien . . . . .	8
	<b>Literatur</b>	<b>8</b>

---

# 1 Einleitung

1884 fand Johann Jakob Balmer ein empirisches Gesetz zur Beschreibung der von Wasserstoff emittierten Spektrallinien. Er vermutete schon, dass dieses Gesetz nur ein Spezialfall eines größeren Zusammenhangs sei. Bereits 1888 verallgemeinerte Johannes Rydberg sein Gesetz zur Rydberg-Formel. In diesem Versuch sollen die Spektrallinien, die Balmer vermaß (die Balmer Serie) nachgemessen und mit den Vorhersagen der Rydberg-Formel verglichen werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Gitterspektrometer

Licht setzt sich aus verschiedenen Wellenlängen zusammen. Um diese sichtbar zu machen, muss man sie voneinander trennen. Eine Möglichkeit dafür ist die Gitterspektrometrie. Ein Gitter erzeugt ein wellenlängenabhängiges Interferenzmuster. Somit können die Maxima der einzelnen Spektralfarben hinter dem Gitter unter unterschiedlichen Winkeln  $\alpha$  gemessen werden. Kennt man die Gitterkonstante  $a$ , kann man die Wellenlängen  $\lambda$  nach folgender Formel berechnen (vgl. [1] S. 163 Formel (4.36)):

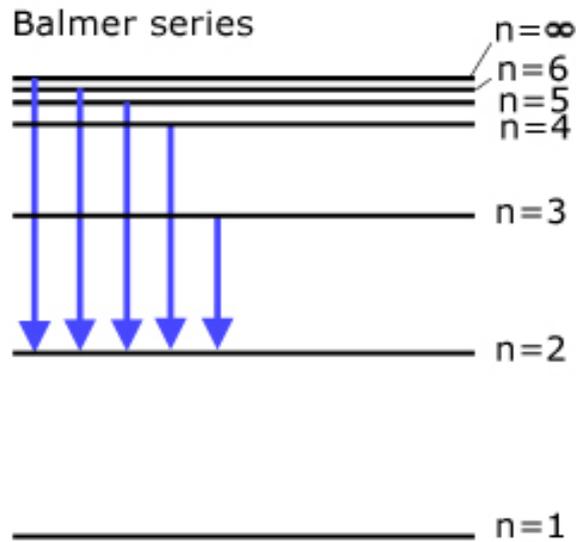
$$\lambda = a \sin(\alpha) \tag{1}$$

### 2.2 Energieniveaus in H-Atom

Das Elektron im H-Atom kann sich nach den Bohr'schen Postulaten nur auf ganz gewissen Bahnen befinden. Mit der Schrödingergleichung und unter der Annahme eines (bei Wasserstoff tatsächlich gegebenen) reinen  $1/r$ -Potentials durch elektrostatische Wechselwirkung, erhält man für die Energieniveaus des Elektrons im Wasserstoff:

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \tag{2}$$

Dabei ist  $e$  die Elementarladung,  $m_e$  die Masse eines Elektrons,  $\varepsilon_0$  die elektrische Feldkonstante,  $h$  das Planck'sche Wirkungsquantum und  $n$  die Hauptquantenzahl. Die Hauptquantenzahl  $n \in \mathbb{N}$  beschreibt dabei den Zustand, in dem sich das Elektron befindet. Eine sehr ausführliche Herleitung dieser Gleichung ist in [2] Kapitel 10 zu finden. Weiterhin ist noch zu beachten, dass  $E$  nicht von der Drehimpulsquantenzahl  $l$  abhängt. Diese Entartung ist auf das  $1/r$ -Potential zurückzuführen, weswegen in komplizierteren Atomen als dem H-Atom Formel (2) nicht mehr gilt.



**Abbildung 1:** Darstellung der sichtbaren Übergänge der Balmer Serie.

### 2.3 Rydberg-Formel

Um von einem Energieniveau in ein anderes zu wechseln, ist also eine genau definierte Energie aufzunehmen oder abzugeben. Im Falle der Balmer Serie werden die Übergänge von  $m > 2$  auf  $n = 2$  betrachtet (siehe dazu Abbildung 1). Die abgegebenen Photonen haben also die Energie  $E_m - E_2$  und mit  $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$  auch eine ganz bestimmte Wellenlänge. Durch Umstellen dieser Beziehungen und Definition der Rydberg-Konstante

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8c\varepsilon_0^2 h^3} \quad (3)$$

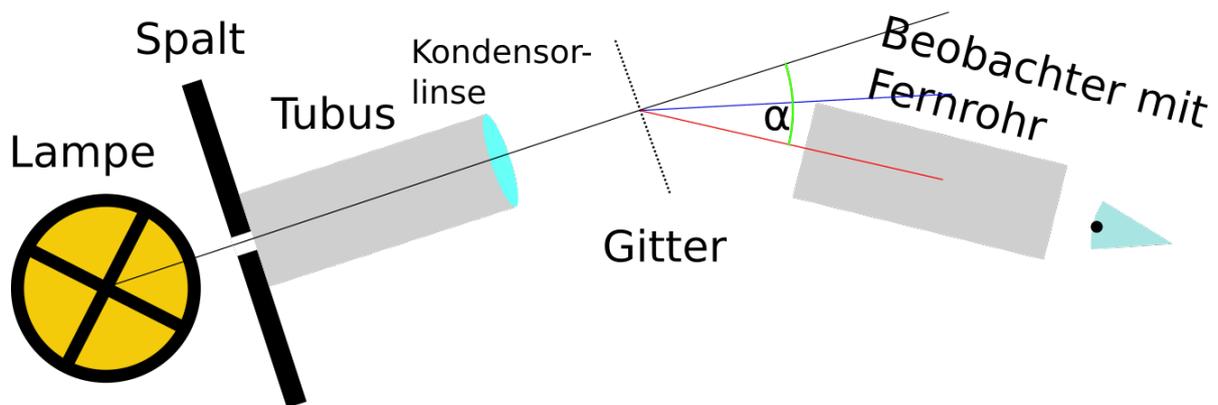
erhält man dann die Rydberg-Formel

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left( \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right). \quad (4)$$

---

### 3 Durchführung

Der Aufbau des verwendeten Gitterspektrometers ist in Abbildung 2 schematisch aufgezeichnet. Die Lampe erzeugt das Licht, dessen Spektrum analysiert werden soll, mit dem Spalt wird die Lichtmenge reduziert und eine Kontur geschaffen, die später scharf abgebildet werden kann. Dies geschieht durch Tubus, Kondensorlinse und Fernrohr. In der Mitte des Aufbaus befindet sich das Gitter, das das Licht in seine Spektralfarben zerlegt. Das Fernrohr ist um das Gitter drehbar befestigt, der Winkel  $\alpha$  kann mit einer Winkelskala gemessen werden. Im Fernrohr befindet sich auch ein kleines Fadenkreuz, das das Anvisieren der Spektrallinien vereinfacht.



**Abbildung 2:** Schematische Zeichnung des Aufbaus.

Zu Beginn der Messungen muss der Aufbau kalibriert werden. Der Spalt wird auf eine sinnvolle Größe eingestellt und mit dem Fernrohr scharfgestellt. Der Lichtweg wird gerade ausgerichtet und die Nullposition der Winkelskala bestimmt. Dann wird eine Quecksilber-Cadmium-Lampe mit bekanntem Spektrum als Lampe eingesetzt und die Winkel ihrer Spektrallinien werden ausgemessen. Aus dieser Messung kann die Gitterkonstante bestimmt werden, die es dann möglich macht, die Winkel der Balmer Serie in absolute Wellenlängen umzurechnen.

Dann wird die Hg-Cd-Lampe gegen eine Wasserstoff-Lampe ersetzt und das unbekannte Spektrum vermessen.

---

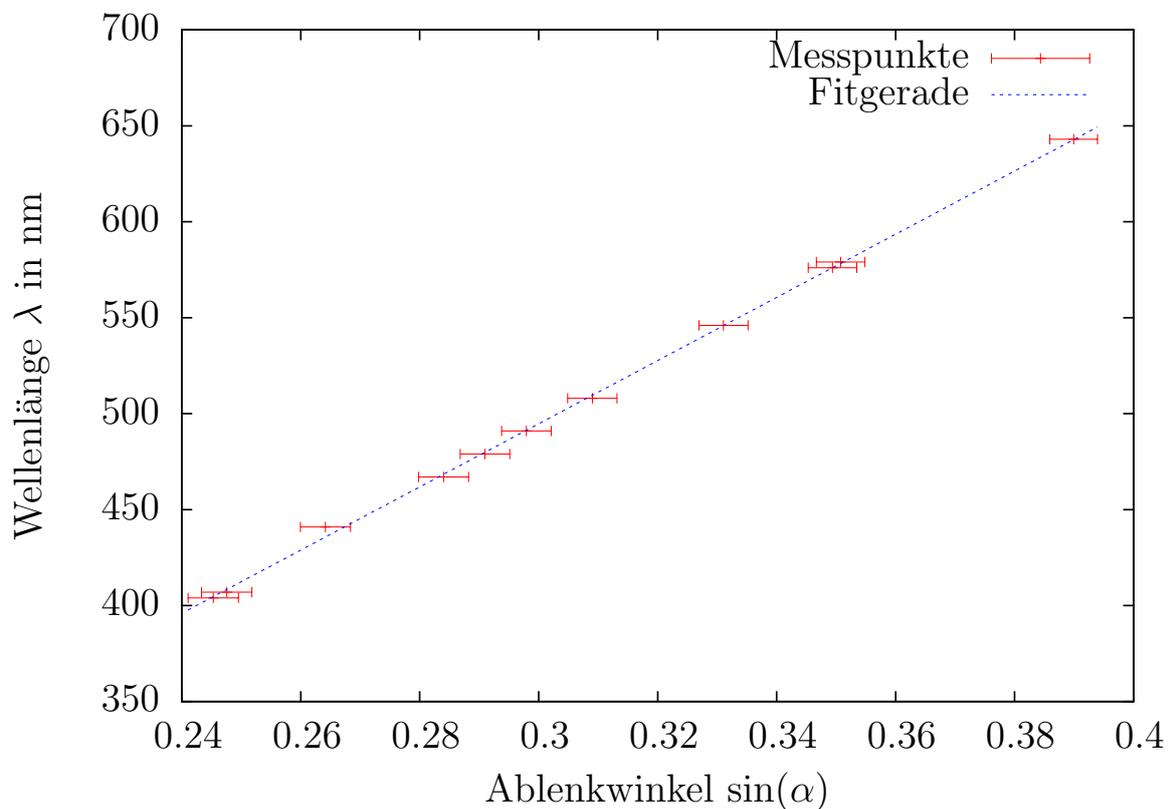
## 4 Auswertung

### 4.1 Charakterisierung des Gitters

Als erster Schritt der Auswertung soll die Gitterkonstante des Beugungsgitters bestimmt werden. Dazu wurden den gemessenen Winkeln  $\alpha$  im Spektrum der Hg-Cd Lampe ihre bekannten Wellenlängen aus [4] Abschnitt 16.6 zugeordnet. Diese wurden dann in Abb. 3 über  $\sin(\alpha)$  dargestellt. Zusätzlich wurde an die Werte eine Gerade gefittet. Die Geradengleichung

$$\lambda = (1646 \pm 14) \cdot \sin(\alpha) + (1 \pm 5) \quad (5)$$

mit der Gitterkonstanten  $a = (1646 \pm 14)$  nm wird im Folgenden zur weiteren Berechnung verwendet.



**Abbildung 3:** Hier sind die gemessenen Ablenkwinkel  $\sin(\alpha)$  zusammen mit den zugeordneten Emissionslinien von Hg abgebildet. Durch die Datenpunkte wurde mit Gnuplot eine Gerade gefittet. Sie wurde zu  $\lambda = (1646 \pm 14) \cdot \sin(\alpha) + (1 \pm 5)$  bestimmt.

---

$\sin(\alpha)$	$\lambda_{\text{GEMESSEN}}$ in nm	$\lambda_{\text{THEORETISCH}}$ in nm	Übergang
$0.250 \pm 0.005$	$413 \pm 9$	410	$6 \rightarrow 2$
$0.264 \pm 0.005$	$435 \pm 9$	434	$5 \rightarrow 2$
$0.266 \pm 0.005$	$439 \pm 9$		
$0.296 \pm 0.005$	$488 \pm 10$	486	$4 \rightarrow 2$
$0.325 \pm 0.005$	$535 \pm 10$		
$0.331 \pm 0.005$	$546 \pm 10$		
$0.375 \pm 0.005$	$618 \pm 10$		
$0.393 \pm 0.005$	$648 \pm 10$		
$0.399 \pm 0.005$	$658 \pm 10$	656	$3 \rightarrow 2$

**Tabelle 1:** Hier sind die bei der Wasserstofflampe beobachteten Ablenkwinkel zusammen mit den aus Gleichung (5) berechneten Wellenlängen dargestellt. Zusätzlich wurden mit Formel (4) die erwarteten Wellenlängen der Balmer Serie berechnet.

## 4.2 Balmer Serie und Rydberg-Konstante

Nun wird das Ergebnis aus dem vorigen Abschnitt verwendet, um die Wellenlängen des Spektrums der H-Lampe zu berechnen. Die Winkel  $\alpha$  waren aufgrund von schlechter Beleuchtung nur schwer zu messen. Daher wurden die Fehler großzügig zu  $\sigma_\alpha = 15'$  abgeschätzt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 dargestellt. Ein Vergleich mit den ebenfalls aufgelisteten theoretisch erwarteten Linien von Wasserstoff ergibt, dass einige der Beobachteten Spektrallinien nicht von Wasserstoff stammen können. Diese werden im folgenden vernachlässigt.

Umstellen von Gleichung (4) erlaubt nun die Bestimmung der Rydberg Konstante  $R_\infty$ . Es gilt:

$$R_\infty = \frac{1}{\lambda_m} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)^{-1}$$

$$\sigma_{R_\infty} = \frac{\sigma_{\lambda_m}}{\lambda_m^2} \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)^{-1}$$

Im Mittel über alle vier Spektrallinien ergibt sich:

$$R_\infty = (1.093 \pm 0.003) \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}.$$

---

## 5 Diskussion

### 5.1 Rydbergkonstante

Setzt man in Gleichung (3) alle Konstanten ein, kommt man für  $R_\infty$  auf einen Wert von

$$R_\infty \approx 1,0973732 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

das liegt im  $2\sigma$ -Bereich unseres Ergebnisses von

$$R_\infty = (1.093 \pm 0.003) \times 10^7 \text{ m}^{-1}.$$

### 5.2 Zusätzliche Linien

In beiden Versuchsteilen haben wir Spektrallinien gemessen, die sich nicht dem Hg-Cd bzw. H zuordnen ließen. Da diese Linien allerdings gut sichtbar waren, kann ausgeschlossen werden, dass es sich dabei um Streulicht handelte. Wahrscheinlicher sind Verunreinigungen im Gas. Die fünf zusätzlichen Linien, die im H Spektrum gemessen wurden, entsprechen Linien des Sauerstoffspektrums. Eine vage Vermutung ist also, dass die Wasserstoff Lampe mit Sauerstoff verunreinigt war. Ob das stimmt, müsste allerdings zunächst genauer untersucht werden.

## Literatur

- [1] W. Zinth, Optik, 4. Auflage, Oldenbourg Verlag München, 2013
- [2] Haken und Wolf, Atom- und Quantenphysik, Springer, 7. Auflage (2000)
- [3] <http://www.a-levelphysicstutor.com/images/quantum/spectral-series02.jpg> Zugriffsdatum: 22.05.2017
- [4] J. Große-Knetter, P. Schaaf, Das Physikalische Praktikum Band II, Universitätsdrucke Göttingen 2016