Grundpraktikum der Fakultät für Physik
Universität Göttingen

Versuch 7
Coulombsches Gesetz

Praktikanten:	Jonas Isensee, Lennart Jahn
E-Mail:	jonas.isensee@stud.uni-goettingen.de
	l.jahn@stud.uni-goettingen.de
Betreuer:	James Bond
Datum:	19.05.2016

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **3**

2 Theorie **3**
2.1 Elektrisches Feld und Potential 3
2.2 Spiegelladungen 4
2.3 Elektrofeldmeter 4

3 Durchführung **5**
3.1 Aufbau 5
3.2 Messungen 6

4 Auswertung **6**
4.1 Variation von Spannung und Abstand 6
4.2 Variation von Kugelradius und Spannung 8

5 Diskussion **9**
5.1 Variation von Spannung und Abstand 9
5.2 Variation von Spannung und Kugelradius 10

Literatur **10**

1 Einleitung

In diesem Versuch sollen die Eigenschaften des elektrischen Feldes anhand einer noch recht einfach theoretisch zu beschreibende Situation näher betrachtet werden. Konkret werden drei Parameter des Aufbaus variiert und die Änderung des elektrischen Feldes bestimmt.

2 Theorie

2.1 Elektrisches Feld und Potential

Das elektrische Feld ist eine abstrakte Vektorgröße, die dazu dient, die Kraftwirkung auf eine Ladung unabhängig von der Ursache der Kraft zu beschreiben. In diesem Versuch wird das elektrische Feld durch eine Kugel erzeugt. Das Feld der gleichmäßig geladenen Kugelschale sieht von außen genauso aus wie das Feld, das durch eine Punktladung im Zentrum erzeugt würde. Es ist vollständig radialsymmetrisch, die Feldstärke ist also nur vom Abstand abhängig. Der Feldstärkevektor zeigt immer zum Zentrum hin und hat den Betrag

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

Dabei ist Q die, auf die Kugel aufgebrachte, Ladung, r der Abstand vom Zentrum und ε_0 die Dielektrizitätskonstante. Da das elektrische Feld konservativ ist, lässt sich ein Potential dafür finden. Das elektrische Potential Φ der Kugel ist von der Form

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

Auf die Kugel lässt sich jedoch nicht beliebig viel Ladung aufbringen, sondern nur ein gewisser Ladungsbetrag pro Volt. Diese Kapazität C der Kugel mit Radius R ist durch ihre Geometrie eindeutig bestimmt und beträgt

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R.$$

Kennt man nun die Spannung mit der die Kugel geladen wird und nicht die Ladungsmenge, lässt sich aus dieser Formel einfach die Beziehung

$$E = \frac{RU}{r^2} \qquad \Rightarrow \Phi = \frac{RU}{r}$$

herleiten.
Im Versuchsaufbau wird aber neben einer geladenen Kugel noch eine ungeladene Metallplatte verwendet. Metalloberflächen im elektrischen Feld sind sogenannte Äquipotentialflächen, das heißt, das elektrische Potential Φ bleibt entlang ihrer Oberfläche konstant.

Das liegt daran, dass die Ladungen in Metallen frei beweglich sind. Solange es einen Potentialunterschied zwischen zwei Punkten auf der Oberfläche gibt, fließen sie in Regionen geringeren Potentials, bis sich das Potential ausgeglichen hat. Die Feldstärkevektoren stehen dann senkrecht auf der Platte. Das Phänomen der Verschiebung von Ladungen in Metallen durch äußere Felder nennt man Influenz (vgl. [1] S. 332).

2.2 Spiegelladungen

Um die Feldstärke auf der Platte quantitativ berechnen zu können, muss man den Influenzeffekt mit einbeziehen. Dies gestaltet sich als schwierig, da uns die quantitativen Formeln dafür fehlen. Es gibt jedoch eine clevere Methode, wie man die Feldstärke auf der Platte doch berechnen kann. Das Feld auf der Platte sieht genauso aus, als ob sich

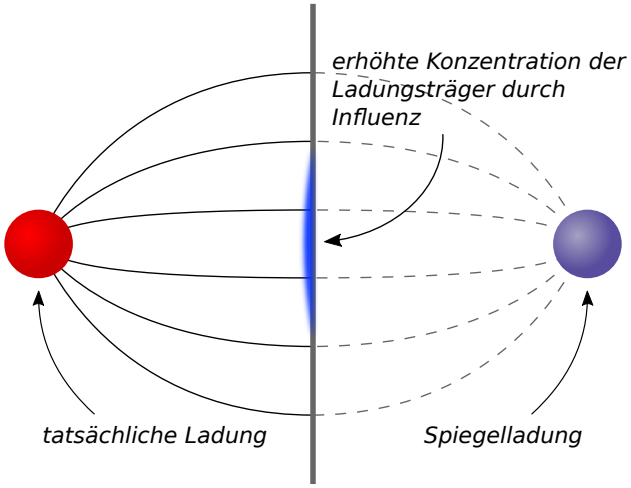

Abbildung 1: Illustration Spiegelladung. Quelle: [3]

hinter ihr eine weitere Kugel mit gegensätzlicher Landung befindet(siehe Abb. 1). Dann stehen die Feldstärkevektoren senkrecht auf der Platte, aber vor allem ist die Feldstärke auf der Platte jetzt einfach zu berechnen. Für das elektrische Feld gilt das Prinzip der linearen Superposition, das Feld der Ladung und der Spiegelladung werden einfach addiert. Da sie auf der Mitte der Platte in die gleiche Richtung zeigen, kann dies für diesen Ort sogar skalar geschehen. Für die Mitte der Platte gilt also in guter Näherung:

$$E = \frac{2RU}{r^2}. \tag{1}$$

2.3 Elektrofeldmeter

Das Elektrofeldmeter dient zur Messung der Feldstärke. Die Messung entzieht dem elektrischen Feld keine Energie, somit wird die Feldstärke durch die Messung nicht verändert.

Die Funktion des Elektrofeldmeters beruht ebenfalls auf Influenz. Kleine Probeplatten werden abwechselnd abgeschirmt und wieder aufgedeckt. Aus der Geschwindigkeit der Entwicklung von Influenzladungen wird auf die herrschende Feldstärke geschlossen (vgl. [5]).

3 Durchführung

3.1 Aufbau

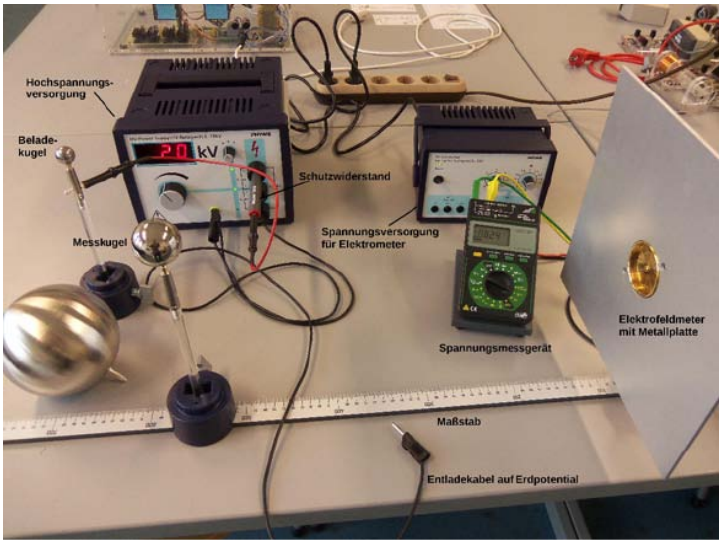

Abbildung 2: Foto des Versuchsaufbaus. Links im Bild, die Hochspannungsversorgung und Metallkugel, rechts die Metallplatte mit Messelektronik. Quelle: [4]

In Abbildung 2 ist der Versuchsaufbau dargestellt. Rechts befindet sich die Metallplatte mit dem fest montierten Elektrofeldmeter in der Mitte. Auf dem Tisch darunter liegt eine Messlatte, auf der der isolierte Halter für die geladene Kugel in verschiedene Abstände verschoben wird. Ebenfalls links ist die Spannungsversorgung des Elektrofeldmeters zu sehen, deren Einstellung über den ganzen Versuch nicht verändert wird. Davor steht das Voltmeter, mit dem das Ausgangssignal des Elektrofeldmeters ausgelesen wird. Es ist darauf zu achten, dass sowohl beim Volt- als auch beim Elektrofeldmeter so selten wie möglich der Messbereich gewechselt wird, da sich dabei innere Widerstände ändern können, die die Messung von dann an gegenüber der Vorherigen verfälschen. Über die Spannung am Voltmeter kann die Feldstärke direkt berechnet werden. Auf der rechten Seite ist die regelbare Hochspannungsquelle zu sehen. Sie liefert bis zu 10 kV. Daran angeschlossen ist die kleinste der drei verfügbaren Metallkugeln mit den Durchmessern 2 cm, 4 cm und 12 cm. Über sie wird später die Kugel, die der Metallplatte gegenübersteht,

aufgeladen. Das schwarze Kabel, das in der Mitte der Messlatte endet, ist die Erdung. Über sie werden nicht mehr benötigte Ladungen entfernt.

3.2 Messungen

Nachdem alles, wie oben beschrieben, aufgebaut wurde, kann mit den Messungen begonnen werden. Zunächst muss der Nullpunkt des Elektrometers korrekt eingestellt werden, da sich dieser durch interne Effekte und leichte Veränderungen in der Umgebung ständig verändert. Damit die Messwerte in sich vergleichbar bleiben ist es wichtig, den Offset des Elektrometers vor und nach jeder Messung zu notieren. Generell reagiert der Aufbau sehr stark auf Veränderungen im Umfeld, weswegen während der Messung möglichst immer die gleiche Sitzposition eingenommen werden sollte und darauf achtgegeben werden muss, nicht zu ungünstigen Zeitpunkten an den Arbeitsplätzen der Anderen vorbeizulaufen. Weiterhin muss zwischen den einzelnen Messungen das Hochspannungsnetzteil immer auf 0 V heruntergeregelt werden, da sonst das Feld der Beladekugel die Messung erheblich stört. Gemessen wird nun das elektrische Feld in der Mitte der Platte für verschiedene Beladespannungen und Abstände der Kugel von der Platte.
Gemessen wurde für:

- jeweils 1 kV bis 10 kV Spannung auf der Kugel, in 1 kV Schritten
- mit 6 Abständen zwischen 20 cm und 50 cm, wobei diese, wegen der erwarteten $\frac{1}{r^2}$ Abhängigkeit, nahe 20 cm dichter liegen.

Außerdem wurde für 10 kV noch eine detailliertere Messreihe mit 10 Abständen durchgeführt, darauf wurde aus Zeitgründen für die anderen Spannungen verzichtet.
Abschließend wurde, um noch die Abhängigkeit der Feldstärke vom Kugelradius zu bestimmen, die Feldstärken für drei verschiedenen Kugeln und bei einem Abstand von 25 cm.

4 Auswertung

4.1 Variation von Spannung und Abstand

In Abbildung 3 sind die gemessenen Feldstärken für sechs verschiedene Abstände bei zehn verschiedenen Spannungen mit der Kugel mit Radius $R = 2\,\mathrm{cm}$ aufgetragen. Für jeden Abstand r wurde eine lineare Regression durchgeführt. Diese Geraden sind ebenfalls aufgetragen. Die Koeffizienten stehen mit ihren Fehlern in Tabelle 1.
Die verschiedenen Steigungen aus Tabelle 1 sind gegen den Abstand r der Kugel von der Metallplatte doppelt logarithmisch in Abbildung 4 aufgetragen. Die Regressionsgerade wurde ebenfalls mit einem χ^2 Fit bestimmt. Die Steigung der Regressionsgerade im doppelt logarithmischen Plot entspricht dem Exponenten der Abhängigkeit der Feldstärke

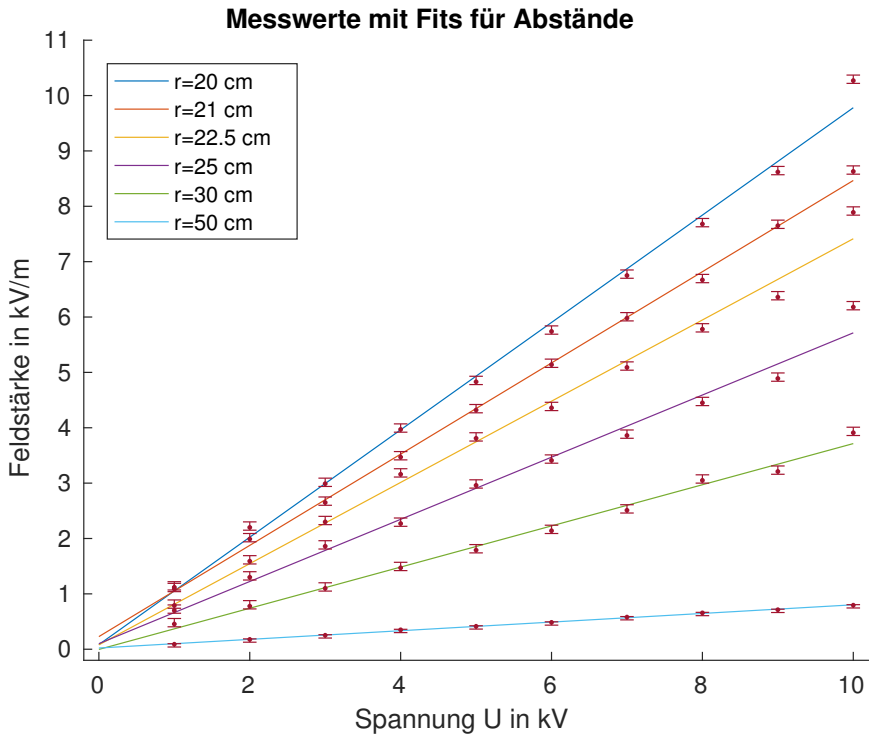

Abbildung 3: Die gemessene Feldstärke ist über der Beladespannung aufgetragen. Die Koeffizienten der linearen Regressionen sind in Tabelle 1 aufgelistet. Die Radien entsprechen folgenden Farben: 20c m-blau, 21 cm-rot, 22.5 cm-gelb, 25 cm-lila, 30 cm-grün, 50 cm-hellblau.

Abstand in cm	σ_r in cm	$\frac{\partial E}{\partial U} = a$ in $\frac{1}{m}$	σ_a in $\frac{1}{m}$	b in $\frac{kV}{m}$	σ_b in $\frac{kV}{m}$
20	0.3	0.97	0.07	0.08	0.4
21	0.3	0.82	0.15	0.23	0.1
22.5	0.3	0.74	0.07	0.08	0.4
25	0.3	0.56	0.07	0.1	0.4
30	0.3	0.37	0.13	0	0.8
50	0.3	0.08	0.002	0.023	0.01

Tabelle 1: Regressionsparameter $y = ax + b$ für Abb.3

vom Abstand. Es gilt die Gleichung:

$$y(x) = ax^v \Leftrightarrow \log y = \log a + v \log x.$$

Für den Exponenten v ergibt sich aus unserer Messung $v = -2.7 \pm 0.10$. Aus dem Y-Achsen-Abschnitt $\log a$ folgt, dass wir bei einem Abstand von $r = 1\,\mathrm{m}$ eine Feldstärkenänderung $\frac{\partial E}{\partial U} = a = 0.0123 \pm 0.002\,\frac{1}{\mathrm{m}}$ erwarten. Aus Gleichung 1 erwarten wir dafür einen Wert von $\frac{\partial E}{\partial U} = a = \frac{2R}{r^2} = 0.04\,\frac{1}{\mathrm{m}}$.

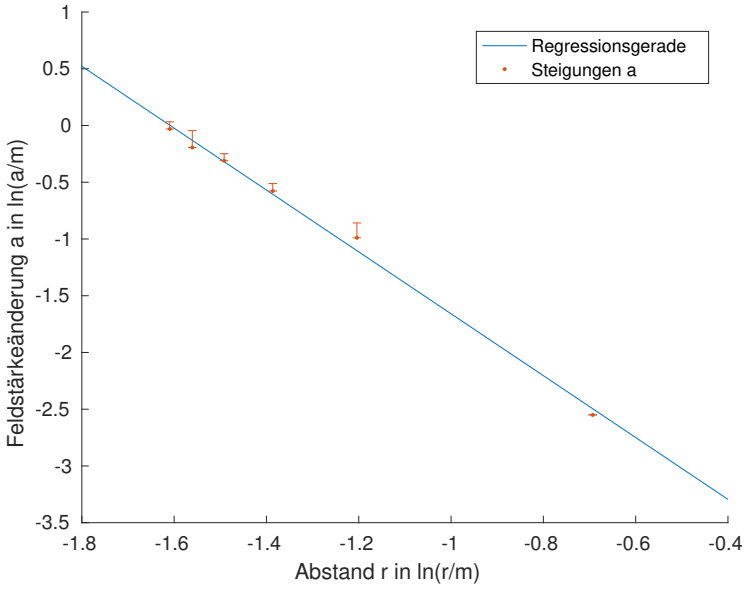

Abbildung 4: Die berechneten Geradensteigungen aus Abb.3 sind doppelt logarithmisch in rot und eine Fitgerade $y = vx + \log u$ mit den Parametern $v = -2.73 \pm 0.01$, $\log u = -4.4 \pm 0.4$ in blau aufgetragen.

4.2 Variation von Kugelradius und Spannung

Im zweiten Teil des Experiments wurden die elektrischen Felder bei festem Abstand von 25 cm mit Spannungen von 1-5 kV und drei verschiedenen Kugeln durchgeführt. In Abbildung 5 sind gemessenen Werte über den jeweiligen Beladespannungen U aufgetragen. Außerdem wurde für die Messwerte jeder Kugel eine lineare Regression durchgeführt. Die Koeffizienten sind in Tabelle 2 aufgeführt.
Weiterhin sind die Steigungen aus Tabelle 2 um den Faktor r^2 (r = 0.25m) korrigiert über dem Kugelradius mit Regressionsgerade in Abb. 6 aufgetragen. Dabei skalieren sich die Fehler ebenfalls mit $\sigma_a' = \sqrt{\sigma_a^2(\frac{\partial}{\partial a} a r^2)^2} = \sigma_a r^2$. Durch den Effekt der Spiegelladungen (Abschnitt 2.2) erwarten wir nun einen Proportionalitätsfaktor von 2. Die Steigung der Regressionsgerade ist $a = 1.9 \pm 0.02$.

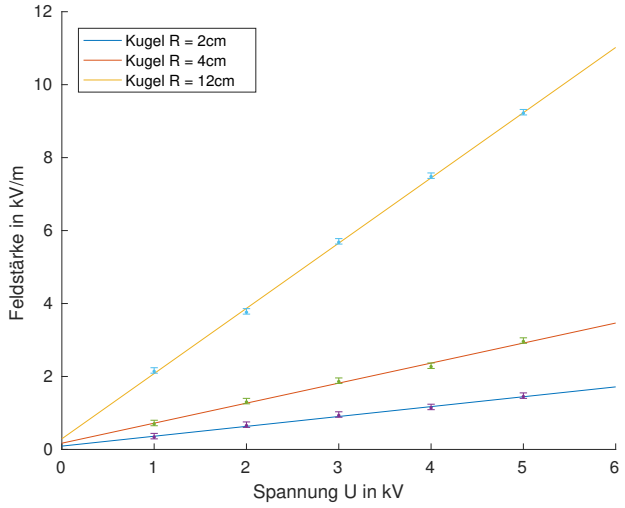

Abbildung 5: Gemessene Feldstärken sind sind über der Beladespannung für verschiedene Kugeln bei einem festen Abstand von 25cm aufgetragen. Die Parameter der χ^2 Regressionen sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Kugel	Steigung a	σ_a	Verschiebung b	σ_b
1cm	0.27	0.010	0.09	0.04
2cm	0.56	0.03	0.1	0.2
6cm	1.79	0.03	0.29	0.08

Tabelle 2: χ^2 Regressionsparameter für Abb.5 mit $y = ax + b$

5 Diskussion

5.1 Variation von Spannung und Abstand

Im ersten Teil des Experiments erfüllen die Messwerte die erwarteten linearen Zusammenhänge mit nur kleinen Abweichungen. Das erklärt die kleinen Fehler der Fitparameter in Tabelle 1. Trotzdem weicht der berechnete Exponent der Abhängigkeit ($v = -2.7 \pm 0.1$) um 7σ vom erwarteten Exponent von 2 ab. Maximilian Kurjahn und Lukas Hupe haben bei einer unabhängigen Messung mit einem baugleichen Aufbau den gleichen Exponenten bestimmt. Daher vermuten wir, dass ein systematischer Fehler des Aufbaus, den wir uns nicht erklären können, diese Abweichung erzeugt (vgl. [6]).

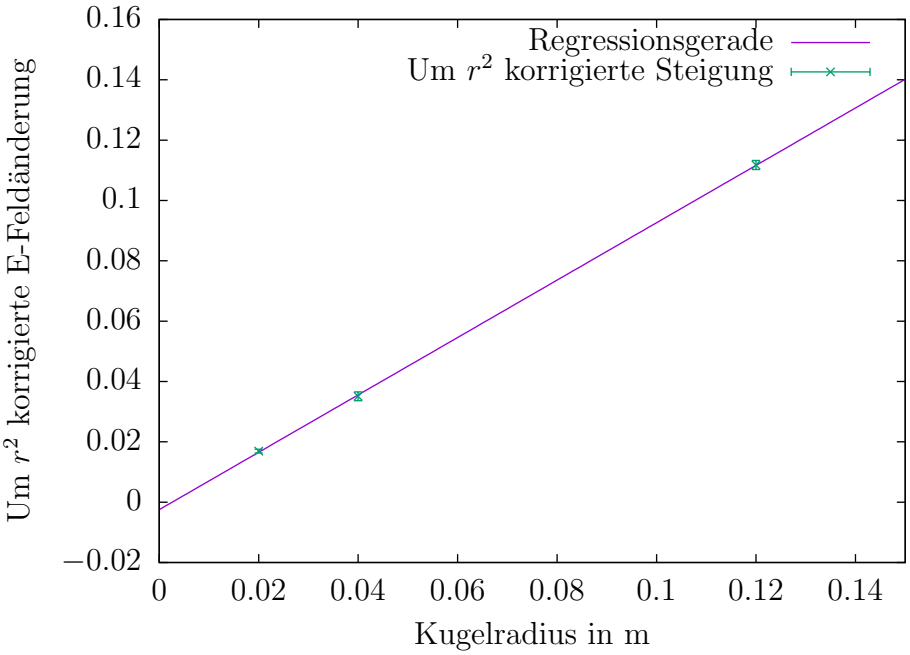

Abbildung 6: Die Steigungen aus Abb.5 sind um ^{2} korrigiert gegen den Kugelradius in blau aufgetragen. Die in lila aufgetragene Regressionsgerade y=ax+b hat die Koeffizienten $a = 1.90 \pm 0.02$, $b = -0.0025 \pm 0.0007$

5.2 Variation von Spannung und Kugelradius

Im zweiten Teil des Experiments erfüllen die Messwerte ebenfalls die erwarteten linearen Zusammenhänge. Dennoch waren alle Kugeln trotz unterschiedlicher Größe auf dem gleichen Stativ montiert. Daher war besonders die größte Kugel ($r = 6\,\text{cm}$) nicht auf der gleichen Höhe mit dem Messgerät. Damit gilt das Gesetz der Spiegelladungen nicht mehr und es ist zu erwarten, dass man dann ein kleineres elektrisches Feld misst. Tatsächlich ist die berechnete Proportionalitätskonstante $a = 1.90 \pm 0.02$ um 10σ kleiner als der Faktor 2 des Gesetzes der Spiegelladungen.

Literatur

[1] D. Meschede, *Gerthsen Physik*, 25. Auflage, Springer Spektrum 2015

[2] W. Demtröder, *Experimentalphysik 1*, 6. Auflage, Springer Spektrum 2013

[3] Hupe, Lukas, *Spiegelladungen*, ©LUCASARTS, Göttingen, 01.06.16

[4] J. Große-Knetter, P. Schaaf, *Das Physikalische Praktikum Band I*

[5] http://www.missioninstruments.com/pages/learning/about_fm3.html (abgerufen 02.06.16)

[6] M- Kurjahn, L. Hupe *Das Coulombsche Gesetzt* Göttingen, 02.06.16